F. MARINI MERSENNI MINIMI

BALLISTICA & ACONTISMOLOGIA

PARISIIS, MDCXLIV.

1221

Solis, progredi quam in aliis, ut infra dicetur; ſed differentia adeo eſt parva, ut hic ſit negligenda: Sed & tum Planetæ ſunt Soli propiores (nam eorum Orbitæ non ſunt circuli Soli concentrici) & eorum Motus ita attemperatur, ut Areæ à radiis ad Solem ductis deſcriptæ æquabiliter augeantur; ut in decurſu patebit. Et igitur Vires, quibus à motu rectilineo retrahuntur Planetæ, & in Orbitis ſuis retinentur, tendunt verſus Solem.

PROPOSITIO XIV.

Vires quibus Cometæ in Trajectoriis ſuis (ſi hæ ſint Curvilineæ) retinentur, non tendunt verſus Terram, ſed verſus Solem.

Si enim Cometarum Trajectoriæ Rectæ ſunt, nullis urgentur illi Viribus ad punctum extra Rectas iſtas poſitum tendentibus; quippe quibus à motu rectilineo retraherentur, & Orbes curvilineos deſcribere cogerentur, per Prop. XI. Si vero Cometarum Trajectoriæ Curvæ ſunt, tamen Vis, quâ Cometa quivis in iſta Curva retinetur, verſus Terram non dirigitur; quia Tellus extra Trajectoriæ planum plerumque reperitur; & præterea, Terræ reſpectu, nunc progreditur Cometa, nunc regreditur, & Areas proinde per Radios ad Terram ductos deſcribit Temporibus minime proportionales: Reſpectu vero

36540/B
N III K
7

F. MARINI MERSENNI MINIMI

BALLISTICA, ET ACONTISMOLOGIA.

In qua Sagittarum, Iaculorum, & aliorum Missilium Iactus, & Robur Arcuum explicantur.

PARISIIS,
Sumptibus ANTONII BERTIER, viâ Iacobæâ,

M. DC. XLIV.

CVM PRIVILEGIO REGIS.

WELLCOME HISTORICAL MEDICAL LIBRARY

ILLVSTRISSIMO,

AMPLISSIMOQVE VIRO

IOANNI IACOBO DE BARILLON,

CASTILIONIS TOPARCHÆ, SACRI Consistorij Comiti, & in Senatu Parisiensi Primæ Classis Inquisitionum Præsidi,

F. M. MERSENNVS S. P.

TEmpestatibus præteritis, Illustrissime Præses, *quarum sæuitie videbaris absorbendus, Tua Virtus incomparabilis facta superior, & velut è nubibus splendidiùs emicans, quæ post Bonorum omnium vota, Te desideratissimum Senatui restituit Augustissimo, me quoque compulit ad nouum aliquid meditandum, quo diuersos labores à Te heroica fortitudine perlatos, nouâ recreatione solarer.*

Sed quò Tibi armorum ista phalanx perpetuo pacis Patrono? Quid Tibi cum isto genere Balistarum importunissimo? Tibi, inquam, almæ Themidos Antistiti sacratissimo? Otium cum dignitate tuum; scio equidem. Verùm hîc arma silent inter leges, quod tu maximè vis, non leges inter arma, quod tu minimè pateris, nec quisquam bonus velit.

Ista lædunt, nostra ludunt; ista feriunt, nostra feriantur; ardent

ista, nostra lucent. Lux igitur beneuolentiæ tuæ nobis eò suauiùs oboriatur, nostroque liceat calamo gestienti, & hæc arma quasi spolia gestanti, illa quidem casta, incruenta, pacis, togæque socia, Trophæum Tibi dicare suum. Tu enim ille es quem neque tela fortunæ, neque vis, neque pericula, neque minæ, nec arma frangere vsquam potuerunt. Quo Balistarum, arcuum, sagittarum illæ cohortes Tibi se dedunt, Tibi accidunt, Tuæque cedunt arma togæ. Tempora illa facere quidem potuerunt vt mutares cælum, sed non animum: de loco mouereris, sed non de altitudine mentis; adeo vt Tua Virtus in tenebris luceret, in aduersis triumpharet, tranquilla in tempestatibus, serena in turbidis, Augusta in angustis: vt Barillionum, Prattorum, Oliuariorum, Memmiorum, & aliorum maiorum; è quibus oriundus, splendorem magis atque magis augeat. Sed ea fortunæ tela quæ Tu vicisti, iam omitto, vt animo sedatiore non solùm nostrorum arcuum ἀκροβολισμοῖς *contempleris, sed ea tela moueas quæ vocat Apostolus* τὴν πανοπλίαν τοῦ θεοῦ: *quæque Christi sanguine respersa cor mihi, cor Tibi traiiciant. His enim quisquis figitur, moritur ocyus mundo, viuit Deo, moritur caducis, viuit æternis, moritur vanitati, viuit gloriæ cælesti.*

His igitur iaculis amoris, illorumque vulneribus noster animus, Amplissime Præses, *totus pateat, occurrat, & incurrat in hæc tela mitissima: sic enim ictus & victus æternùm cum beatissimis mentibus triumphabit: dúmque hîc militat, purissimæ mentis orationibus, velut sagittis ardentissimis, ad Deum ipsum conuersus, in hæc verba erumpet:*

Da fontem lustrare boni, da luce reperta
In te conspicuos animi defigere visus.
Disiice terrenæ nebulas & pondera molis,
Atque tuo splendore mica: Tu namque serenum;
Tu Requies tranquilla piis, Te cernere Finis,
Principium, vector, Dux, semita, Terminus idem.

PRÆFATIO

PRÆFATIO
VTILIS
IN BALLISTICAM
AD LECTOREM.

CVM plurima sint in quibus Ballistica cum hydraulicis conueniunt, illorum lectio coniungenda: cumque in alijs Præfationibus vtilia plurima dixerimus, hac etiam nonnulla doctorum meditatione dignissimæ propono.

Primùm multa superesse quibus vtrumque tractatum perficere queas: verbi gratiâ, cur pilæ tormentorum horizontaliter explosæ non statim incipiant descendere, vel non tantum descendant, quantum reuera descenderent, si motu horizontali destituerentur; & quænam sit vera ratio propter quam per centum aut plures sexpedas, quas initio percurrunt, minimè descendant: an quòd puluis, aut impressa vis illas æquè pellat in altum ac horizontaliter, vt iam aliàs innuimus.

II. Cùm 24. prop. Ball. plura iuxta subtilissimi Philosophi Thomæ Hobbes attulerimus, & quasdam Philosophiæ quam exornat partes legerim, quæ omnia ferè per motum localem explicant, velim etiam addere modum quo nostrarum facultatum operationes ex eodem motu concludit, vt lector perspiciat num quæcumque fiunt in nobis ad vim Ballisticam referri possint, vt obiecta per sensus exteriores irruentia tot iaculis quot motibus nos impetere, húcque & illuc impellere videantur, perpetuámque Ballisticam exerceant.

Certum est enim fieri sensionem per actionem obiectorum in organa sentiendi, cúmque sensio tam actionem quàm passionem arguat, quas vix à motibus distinguas, sensio definiri potest motus

ã

in partibus internis ſentientis ab obiecti motu in agentis ſenſorio effectus: ſic etiam viſio fit à motu lucidi propagato per diaphanum intermedium, & continuato per oculum ad tunicam retinam, & deinceps per neruum opticum in ſpiritus, idque non ſolùm in cerebro, ſed etiam vſque ad cor, ob totius corporis miram connexionem.

Similiter motus quem duo corpora colliſa, vel rupta faciunt, per aerem propagatur ad aurem, hincque per neruos ad cerebrum, & ad cor; & ita de reliquis obiectis aliorum ſenſuum, quorum motus vbi cor attigerint, ſi motum illius vitalem iuuant, voluptas naſcitur, ſi ei noceant, dolor. Cùm autem id quod patitur reagat, & reſiſtat, motus cordis fit verſus cerebrum, indéque in neruos vſque ad corporis ſuperficiem externam, vnde phantaſma oritur, quod eſt motus in cerebro, licet inſtar rei externæ appareat, quam repræſentat vbi non eſt: vt contingit cum ſtellæ in aqua, vel ſpeculo videntur & vox vbi Echo.

Ex his autem phantaſmatibus ſeu motibus ipſum ſentientis corpus mouetur, atque adeo motus animalis oritur. Motus autem illi non deſinunt licet obiecta non agant amplius, quandoquidem vt ad motum imprimendum agens neceſſarium eſt, ita & ad motum auferendum. Neque motus ſpiritibus & ſanguini impreſſos quidquam extinguit niſi motus contrarius, qualis forſan à grauitate oriundus, vt in aqua contingit quam lapillus in orbem commouit.

Cùm autem pluribus motibus cerebrum & cor agitentur, motus qui dominatur præſens phantaſma dici poteſt: quod, dum obiectum agit, diuerſis nominibus, iuxta diuerſitatem organorum, exprimitur: ſi enim motus fit per oculum, dicitur lumen, vel color: ſi per aurem, ſonus, &c. ſi per corporis ſuperficiem, calidum, frigidum, læue, aſperum, &c.

Vt autem ipſa paſſio dicitur ſenſio, idem motus manens, abſente obiecto, dici ſolet imaginatio, ſumpto nomine ab imaginibus, licet idem cum ſenſione fuerit, à qua ſolùm differre videtur, quòd ea præſentiam obiecti requirat: cúmque motus omnis ſucceſſione conſtet, imaginatio ſemper aliquid habet in ſe præſente prius, quod vbi ſub præteriti ratione conſideramus, memoria; ſicut imaginatio præteriti abſque conſideratione ipſius phantaſmatis, hoc eſt imaginaria ſucceſſio, tempus appellatur, adeout idem animi motus, ob 4. diuerſos reſpectus, nomina 4. adeptus ſit.

Quanquam fatendum eſt phantaſmata inter ſentiendum clariora, quàm vbi obiecta abeunt, ob nouorum obiectorum ſucceſſionem in omnia ſenſuum organa quæ quidem non deſtruunt motum præce-

dentem, qui vetuſtate non euaneſcit, ſed comparatione latet: vt ex ſomno patet, in quo imaginationes non minus claræ ſunt, quàm in ipſa ſenſione, quòd tunc alia ſenſoria omnem aditum obiectis præcludant: cúmque dormientium phantaſmata initium habuerint à ſenſione, ſintque motus idem, ſomnium erit quintum nomen imaginationum.

Rurſus vt in liquido variis motibus turbato naſcitur motus ex diuerſis compoſitus, ita contingit in ſpiritibus, cerebro & corde, vnde plura phantaſmata in vnum coëunt, vt fit in imaginatione montis aurei, & centauri velut ex equo & homine compoſiti; qua etiam ratione magnificas heroum actiones ſomniando, vel inani gloriâ nobis ipſis affingere poſſumus, & ſextum nomen fictionum, atque figmentorum motui primo continuato affingere: porróque ſeptimum nomen diſcurſus continuæ imaginationum ſeriei, in quas ſicut aquæ pars mota partem vicinam ducit, & trahit, ita phantaſma vnum ex alio vicino ſolet oriri: ſunt autem vicina phantaſmata, quæ in ipſa ſenſione ſe inuicem immediatè ſubſequuntur.

Eſt autem diſcurſus, ſiue imaginationum ſeries, ordinatus, vel inordinatus, ac veluti fortuitus, vt ſi quis à Pythagora ad fabam, à faba ad fabulam, à fabula ad Æſopum cogitando vagaretur; qualis eſt ſomniãtium, vel delirantium: ille verò regitur ab aliquo fine, quem aliquis aſſequi deſiderat: & ad quem tenditur, vel à principio quolibet, vel ab eo quod ipſa finis imaginatio ſuggerit. Illius exemplum eſt cùm rem aliquam præ exilitate latentem reperire volumus, nam totum locum, ſumpto vbilibet initio, luſtramus oculis: verſificatores congruis vocabulis ſua metra implere volentes idem præſtant, vt canes omittam, qui ſumpto quolibet initio campum peruagantur, quod diſcurſus vmbram aliquam habere videtur.

Sed cùm diſcurſus principium à fine diſcurrentis ſumitur, quod fit dum imaginationem finis ſequitur imaginatio viæ ad finem, ſumpto vbiuis principio ſeries imaginationum continuatur per ſeriem cauſarum & effectuum; idque vel à cauſa ad effectum, vel ab effectu ad cauſam.

Si proceſſus fiat ab imaginatione cauſæ ad imaginationem, effectus verſus finem, qui ſemper eſt effectus vltimus, dicitur σύνθεσις ſeu compoſitio; ſi ab effectu ad cauſam & ita deinceps verſus priora, ἀνάλυσις ſeu reſolutio: eſt autem vtraque reminiſcentia.

Illius exemplum in homine, dum ædificationem imaginatur incipiens à materia ad formam domus introducendam: tunc enim ima-

ginatio procedit à materia ad comportationem, inde ad fundamentum, muros, tectum, &c. quibus similis est auium nidificatio. Huius autem exemplum est processus à cogitatione formæ domus ad cogitationem loci, in quo ædificanda: sequitur materiæ eo loci comportatio, &c. quæ vtcunque essent in auibus, si à pullis per oua, nidum & materiam ad locum recurrerent, & analyticam exercerent.

Hæc autem reminiscentia mediorum ad finem, ars dicitur, si quoties finem imaginamur, toties eundem mediorum ordinem percurrat imaginatio, progrediendo à causa ad effectum; & scientia causarum, cùm fit processus ab effectis ad causam.

Si rei vnius ad alium, & euentus ad euentum successionis, siue antecedentis & consequentis adsit memoria, dicitur experimentum; ex quo si quis euentum similem videns euentui præterito, credat quoque similem effectum secuturum, vel antea præteriisse similem ei quem præsentem videt; exempli gratiâ, qui nubem densam & nigram videt, expectabit pluuiam, quòd priùs viderit pluuiam secutam fuisse; vel ex visa pluuia nubem illam præcessisse dicet, quia priùs ita contigisse meminit. Quid enim aliud est futuri imaginatio, quàm præteriti, cuius ordinem cum præsenti connexum fingimus, vel supponimus, sumendo similes euentus, nempe præsentem & præteritum non vt similes, sed vt eundem numero; vnde fit vt euentus qui reuera præcedentem antecessit, suppositione, fictionéque nostra sequi videatur, quidquid autem præsenti supponitur, futurum appellatur.

Vt autem experimentorum memoria respectu præteriti dicitur experientia, respectu futuri vocatur expectatio, vt sit multimoda experientia res eadem cum prudentia, siue futuri prouidentia, quæ sine experientia nulla est: hinc ingenio celeres qui plus habent experientiæ, prudentiores.

Qui verò similitudinem consecutionis euentuum obseruarunt & meminerunt, habent consequens antecedentis, &, vice versâ, antecedens consequentis signum; vnde futuri, & præteriti ex solis signis fit coniectura: & causæ ac effectus, ob consequentiam vnius ad alterum, sunt expertis signa mutua.

Cùm autem duarum rerum in sensione perceptarum differentiam imaginamur, illa comparatio est discursus initium; quæ fieri nequit cum ea claritate, quâ ratiocinari solemus, nisi quidam fixi characteres à nobis figantur, quorum ope præsentia cum præteritis con-

nectamus, quos characteres nomina dicimus, quæ nos iuuant ad causas rerum inspiciendas, aut inuestigandas. Quomodo enim res, aut illarum phantasmata compararentur, nisi quibusdam vocabulis, veluti tesseris, in memoriam reuocarentur, quibus cùm bestiæ careant, plurimum à nobis recedunt, quippe non distinguunt res à phantasmatibus, nec vllâ voluptate, præterquam sensuali fruuntur.

Vox itaque humana, quam rebus significandis imponimus, eandem in nobis imaginationem, quam ipsa res generat; quapropter quæcunque similia sunt, nomen aliquod commune sortiri debent, quod propterea dicitur vniuersale, licet res significatæ sint particulares, vt cum album tam de ouo quàm de papyro, niue, &c. dicitur. Cúmque nulla sit res quæ rebus aliis in aliquo non sit similis, innumera nomina res quæpiam habet: ita enim homo nomen istud hominis commune habet cum aliis hominibus, deinde patris, corporis, animalis, &c. Nomini autem positiuo, si particulam negatiuam adijcias, fit nota dissimilitudinis, seu diuersitatis, dicitúrque nomen infinitum, vt non homo, non-album.

Si duo nomina copulentur per verbum, fit propositio, qua volumus consequens, seu nomen posterius, eidem rei conuenire, cui antecedens, siue prius nomen competit: vt cùm dicimus, hominem esse animal, significamus nomen animalis, & hominis eidem conuenire, & rem quæ vocatur homo, vocari quoque animal, atque adeo propositionem illam esse veram, cùm veritas & falsitas idem esse videantur quod vera & falsa propositio.

Rursum ex 2 propositionibus iunctis, in quibus vnum nomen commune, idémque medium statuitur inter non communia, fit syllogismus, siue collectio summæ ex ambabus; vt cùm dicimus, homo est animal, animal est corpus, colligimus hominem esse corpus: hoc syllogismo notamus nomen tertium, corpus, omnibus rebus conuenire, quibus primum nomen homo competit: similiterque 2 animal, iisdem rebus quibus 1. homo, & 3. corpus, iisdem quibus 2 animal: & siquidem conueniunt, dicitur syllogismus verus, aliàs paralogismus.

Ex illorum autem nominum inuentione, & propositionibus syllogismos componentibus pendet animi processus constans ex innumeris imaginandi actibus circa res singulares, qui ad linguæ discursum progreditur, quem in vniuersalia Theoremata contrahit; vt iam errare nequeat in discurrendo, si nomina omnia certas sibi ha-

beant ſubſtratas imaginationes, priuſquàm in orationem admittantur.

Quòd ſi dicamur ſola vniuerſalia intelligere, nihilque ſit vniuerſale præter nomen, intellectio non erit ipſarum rerum, ſed nominum, & orationis ex nominibus compoſitæ. Quod quidem nomen intelligere dicimus, cùm ex auditione vel lectione illius reuocatur imaginatio propter quam nomen illud inditum eſt: quemadmodum & propoſitionem, cùm ex auditu reducitur in memoriam ſubiectum eius, ſeu nomen antecedens contineri in prædicato ſiue conſequente; vel nomen poſterius omni rei conuenire cui conuenit nomen primum.

Hinc ratio dicitur facultas ſyllogiſandi, cùm ratiocinatio ſit continua propoſitionum in vnam ſummam collectio, vel calculus nominum; quæ ſi pertinent ad numeros, Arithmetica; ſi ad magnitudines, Geometria; ſi ad ſonos, Muſica comparatur. Vbi ſupponenda recta ratiocinatio, quæ ſumens initium ab accurata nominum explicatione procedit per ſyllogiſmum, ſeu continuam verarum propoſitionum connexionem: qui proceſſus oritur à recta ratione, ſeu potentia ita procedendi quoties volumus, quam ratiocinandi poſſumus infallibilitatem appellare.

Quibus ad potentiæ cognoſcitiuæ naturam explicandam poſitis, aliquid de voluntate, facultatibúſque motiuis dicendum. Primum igitur motus vſque ad cor propagatus ex obiectorum actione dicitur iucundus, ſi iuuat, moleſtus, ſi nocet, & impedit motum cordis. Eſt autem motus in quo conſiſtit delectatio, principium motus animalis verſus obiectum à quo mouetur, ideóque vocatur appetitus; vt principium motus fugiendi obiectum appellatur fuga, vel auerſio, ac moleſtia; quæ delectatio ſi ſpectetur præſens abſque conatu accedendi dicitur amor, vel recedendi, odium.

Si delectatio conſiſtat vel in ſola imaginatione; idque vel in memoria, vel in fictione; erunt tantùm recordationes, & reliquiæ delectationum, moleſtiarúmque præteritarum, vel expectationes futurarum, quæ eadem eſt cum memoria præteriti: vel in ſenſione & imaginatione ſimul: hæque duæ ambæ ſe non raró ita interrumpunt, & reciprocatione adeo celeri, vt in mediam quandam conflari videantur; vnde poſtmodum animi perturbationes, ſeu paſſiones, vt ſpes metus, ira, inuidia, æmulatio, pœnitentia, ridentium & flentium affectus, & aliæ propemodum infinitæ nominibus carentes.

Bonum autem & malum propriè dicuntur de obiectis; quod cùm

cuique placet, cum delectat, aut ab eo appetitur, id ipsi bonum dicitur; & quod molestum, malum. Pulchrum, in quo sunt signa boni: in quo non sunt, turpe: adeout bonum & malum relatiuè ad personam dicantur.

Cùm autem quæ placent cum iis quæ displicent, seu bona & mala ita connectuntur, vt vnico intuitu non possimus vsque ad cathenæ finem prospicere, & connexione tam arcta connectuntur, vt simul sumenda, vel relinquenda sint, si in ea serie plus sit boni quàm mali, totũ bonum est, ideóque totum benè, secus verò male sumitur: tunc verò fallimur cùm plus est mali, licet non prospecti, quàm boni, tuncque dicimur bonum apparens elegisse.

Sed cùm mali statim plus apparet, mox boni amplius, & statim refugimus, statim appetimus, prout bona vel mala præponderant, id deliberare dicitur; vt sit deliberatio alternus appetitus & fuga. Neque desinit alternatio fugæ & appetitus, donec non sit ampliùs liberum facere vel omittere, vt finis deliberationis sit libertatis depositio.

Quod philosophiæ genus si tibi arrideat, precibus autorem vrgeas vt corpus vniuersum posteritati non inuideat.

III. Alia plurima huic præfationi destinata prætereo, verbi gratia quoúsque maioris tormenti bellici globi siue 33. siue 40, plus minus, librarum pependiculariter ascendant: quod vbi fuerim experitus, monebo. Huc etiam referendæ iaculationes, quibus Balenæ, & alij maiores pisces, ipsæque ranæ transfiguntur à piscatoribus, qui fune manibus, aut alia ratione detento iacula sua retrahunt.

IV. In arcubus etiam notatu dignum, quod non desit industria, quæ tortili elaterio chalybeo, quod nostri dicunt *Ressort à boudin*, arcui, vel manubrio Balistæ adhibito, eiusdem nerui, seu chordæ motu sagittas longiùs emittat: quod vt fiat, debet illud elaterium suas eodem momento vires exerere, quo neruus ab arcu retrahitur.

V. Addo ad ea quæ de modo ponderandi aërem in hydraulicis dicta sunt, non deesse plures alios modos, quos inter vnum suggéssit præstantissimus Philosophus Honoratus Fabry, ex quo modo cùm alia multa concludi possint, ad illius praxim studiosos prouocarim. Sumatur ergo vas vitreum cubicum, aut alterius cuiusuis figuræ, idque cuiuslibet magnitudinis, puta cubici pedis; & syringe notæ magnitudinis pluribus vicibus mittatur aër in illud vas, qui nequeat egredi; si enim innotuerit quantitas aëris, quam syrinx quouis impulsu mittit in lagenam, & quantò sit hæc post immissum

aërem, quàm antea grauior, tam aëris grauitas, quàm eiusdem moles innotescet: qui quidem modus idem est cum eo quem pneumaticâ fistulâ expertus sum: sed in vase vitreo diaphano id insuper habet, quòd aëris condensati, seu pressi colores videre poteris.

Cùm autem quotidie noua possint obseruari, semper etiam noua huic tractatui, & hydraulico-pneumaticis addi poterunt, quibus rei litterariæ magna fiat accessio: donec illa dies veniat, quam omnis creatura ingemiscens expectat.

DE BALLISTICA, ET ACONTISMOLOGIA,

SEV DE SAGITTARVM, IACVLORVM ET ALIORVM MISSILIVM

Iactibus; déque arcuum & neruorum viribus, ac motibus tam simplicibus, quàm compositis.

PROOEMIVM.

CVm artem sagittandi docendam minimè susceperim, tractatum hunc τοξοσύνην appellare nolui, sed potius Ballisticam & Acontismologiam, quòd in eo iaculorum & aliorum quorumuis missilium iactus, iactuúmque magnitudines, velocitates & robur; arcuum etiam recursus & vires, & alia id genus plurima hactenus incognita prosequar. Neque enim ab vllo data fuit velocitas, qua vel arcus in varijs sui reditus locis recurrat, vel emittat sua τοξεύματα, seu missilia.

Vis etiam quæ datum arcum ad datum interuallum flectat, & proportio iactus verticalis ad iactum horizontalem, & alios iactus non-

dum definita fuit, nec alia pleráque de quibus hocce tractatu, quem à iaculorum coniectione possis Acontismologiam, vel Ballisticam, quòd præsertim βαλλόμενα, siue βολὴν, ἀκροβολισμὸν, & ἀκόντισμα, siue βέλος, τόξευμα, & ὀϊστὸν, aut alijs quibúsue nominibus appellare: quidquid enim dicturi sumus, tam iaculis manu, quàm lapidibus manu, fundâ, ballistâ, &c. missis; & sagittis ab arcu, globísque à sclopeto pneumatico, & ignario pulsis ex æquo congruit.

Porrò teli, seu sagittæ pennatam partem βέλους κεφαλὴν, cuius cuspis ἀκίς, dixere; ἄκων verò seu iaculum manu iacitur. Qui verò dictionibus Græcis vti voluerit ad ea quæ pertinent ad arcum exprimenda chordæ tensionem κατααγωγὴν; balistæ claustrum, vel clauiculam χαστρείαν, arcus brachia ἀγκῶνας (cuius extremitates ἄκρα, seu κέρατα) iaculationem ἐξαποστολὴν vocare poterit: quibus alia sexcenta possunt addi, verbi gratiâ χαστρείαν ἀποχαλᾶζειν, quod Gallicè dicimus *lascher le ressort*, vel *tirer*.

Has autem machinas, quibus tela, lapidésque mittebantur, ὄργανα εὐθύτονα, παλίντονα, & λιθόβολα dixere: quæ trium talentorum lapides, & hastas duodecim cubitorum emitterent, nisi veteribus fidem detrectare velis. Quod sanè mirum cùm tria talenta valeant 581 libras, quas bombardæ nostræ militares vix mitterent: hîc enim talentum eiusdem sumo ponderis, ac tractatu de nummis: quanquam si de Alexandrino, quod Hebraïci subduplum faciunt, intelligamus, illi lapides solummodo fuerint $290\frac{1}{2}$ librarum nostrarum Parisiensium. Vt vt sit, sequentibus propositionibus nostras obseruationes, & quæ ratio præscribit explicamus, vnde lumen inferetur Phænomenis Hydraulicis; & mechanicæ pars nobilis adijcietur.

PROPOSITIO PRIMA.

Arcuum materiam, figuram, & robur explicare, neruorúmque, seu chordarum arcubus seruientium materiam & vires explorare.

VIx vllum lignum ex quo non possit arcus confici, cum omne lignum incuruatum redeat; cúmque sit eò validior arcus quò celeriùs, víque maiore redit, clárum est ea ligna potiùs adhibenda, quæ duriora, ficciora, reflexioníque aptiora fuerint; quandoquidem

molliora ligna vix post vnam & alteram incuruationem ad pristinam rectitudinem solent restitui, vt constat ex ceraso; quâ rigidior illa species smilacis, quam taxum, vulgò *If* appellamus: alias Ilicis species omitto, quemadmodum & alia ligna Sinensia, & Indica, vt Polonorum, & Turcarum arcus ex varijs lignis, balænæ, vel aliorum piscium costis, ebeno, neruísque simul agglutinatis constructos addam, quos omnes expertus non reperi sagittas longiùs ab istis, quàm à nostris ligneis emitti.

Robustissimi fiunt arcus ex chalybe, qui corporum omnium fortissimus, seu ad recursum vegetissimus esse videtur; quanquam faciliùs rumpitur, vt alio loco dicturi sumus. Quibus autem aquis candentem & mollem durescere oporteat, vt elaterium promptissimum exhibeat, Fabris ferrarijs exponendum permitto, qui pro varijs chalybis tinctibus & temperamentis arcus vegetiores, aut pigriores fabricant.

Quod ad figuram attinet, minimè circularis, sed potiùs hyperbolica videtur, quamuis intentus arcus magis ad parabolam, vel ad semicircumferentiam, quàm remissus accedat. Sed neque omnes sunt eiusdem figuræ; fortéque circularis ob suam vniformitatem omnium optima.

Robur verò diuersum est pro varia longitudine, crassitudine, & rigiditate lignorum, quæ materiam suggerunt arcubus, alij siquidem 33 libris, alij 56, qualis est Turcicus, tenduntur; víxque robustiores solâ manu dextra neruum trahente, sinistrâ medium arcum sustinente, vim 60 librarum superant, quâ maiorem brachium recusat.

Cùm autem arcui scapus, seu manubrium adhibetur, licet arcu robustiore vti, qui vel centenariam pilam, aut sagittam mittat: quanquam hîc nolim agere de Balistis castrensibus, seu militaribus, quippe quæ ad maiorum bombardarum præsentiam euanuêre: illis igitur scorpionibus omissis, robur arcuum chalybeorum scapis instructorum, quales sum expertus, accipe.

Arcus chalybeus Balistæ, quam vulgò dicimus *à ialet*, manibus nudis impacto in pectus manubrio, ad astragalum, vel 78 libris adducitur; neque puto à robustioribus brachijs arcum tendi posse, cuius robur centum libras superet: quapropter arcubus fortioribus trochlea solet adhiberi, qualis est arcus chalybeus, cuius longitudo bipedalis, maxima crassitudo linearum 6, minima 2: quem astragalo imponit trochlea decem funibus, & octo trochleis instructa, cuius vires quidam ex nostris sagittarijs in ludicro certamine balistario tantas esse credebant, vt ne domus quidem integra neruo appensa

ſufficere poſſet ad eum in aſtragalum adducendum. Quos tamen facilè in viam reuocaui pondere, vice manuum, trochleæ adhibito 12 librarum, quo ſuculæ manubria neruo ad aſtragalum adducto ſuſtinebantur, licet antea ſe pluſquam 50 librarum pondo manibus ſupplere crederent.

Præterea ſemidiameter ſucculæ vnà cum fune circumuoluto fuerit 8 linearum, & manubrium $7\frac{1}{2}$ digitorum, octies vertatur in orbem vt quinque digitos neruus percurrat, ſitque manubrij conuerſio, hoc eſt circumferentia, 23 digitorum, erunt omnes conuerſiones digitorum 184, atque adeo nerui motus erit ad manubrij motum vt 37 ad 1 proximè; cúmque 12 libræ faciant æquilibrium cum neruo ad aſtragalum adducto, dum manubrio applicantur, facilè concluditur quot libris abſque trochlea neruus idem ad eundem aſtragalum adducatur.

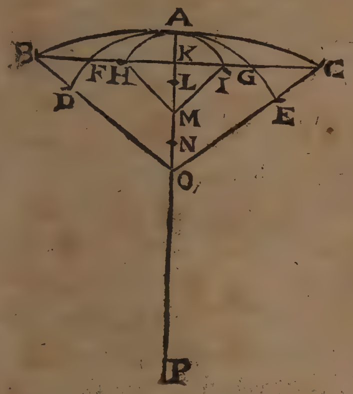
Sit enim manubrium ad ſucculæ ſemidiametrum vt 22 ad 1, vt vna vi manubrio applicatâ 22 vires ſeu pondera ſuſtineantur; cúmque ſint 10 chordæ trahentes æqualiter in trochlea Baliſtaria, ducantur 10 in 22, vt 220 producatur, in quem numerum ſi 12, nempe libras chordam retinentes in aſtragalo, ducas, exurget ſumma 2640 librarum, quæ chordam ad aſtragalum adducent abſque trochleis, quibuſcum 12 libræ 2640 libris æquipollent.

Chordæ arcubaliſtarum, quas vulgò dicimus *arbaleſtes*, (quarum arcus chalybei) 120 filis plus minus conſtare ſolent, quorum vnumquódque 20 libris vix rumpitur; quapropter ſi omnia concurrerint ex æquo non frangetur chorda niſi libris 2400. Arcuum verò ligneorum chordæ longè paucioribus filis conſtant ſiue chanabinis, vt apud nos, vel ſericis vt apud Turcas, & alios; arcus Turcici quo ſum vſus, chorda filis bombycinis 83 conſtat. Omitto qualis debeat eſſe reſtionum textura, tororúmque nexus ad robur funibus conciliandum, vt vires inter ſe conferamus, quæ ad varia ſcapi puncta chordas, & arcus ſinuant.

PROPOSITIO II.

Vires quibus ad diuersa manubrij puncta nerui arcuum adducuntur explicare.

ESto primùm arcus Turcicus, seu Polonus B A C, cuius chorda pedes $3\frac{1}{2}$ longa 83 filis bombycinis constat, filum verò quodlibet 4 libris frangitur; sitque punctum O remotissimum, quod metam vocare possis, ad quod 64 libris adducitur. Vbi verò spatium 16 digitorum K O in 4 partes æquales diuiditur, neruum B C ex puncto K ad L, libris 17; ab L ad M, libris etiam 17; ab M ad N, libris 13; & ab N ad O, libris 17 adduci constat experientia: cúmque in 3 partes æquales K O diuiditur, prima pars 24 libris, secunda 21, tertia denique 21 tenditur.



Cùm verò diuiditur interstitium K O in 9 partes æquales, prima pars libris 9, secunda 8, tertia 6, quarta 7, quinta 8, sexta 7, septima 4, octaua 8, nona denique 7 libris indiget.

Vnde colligi posse videtur quamlibet partem æqualem viribus æqualibus tensam iri, si fuerit arcus optimè constructus: quod sagittarios nostros maximè fefellit, qui credebant tantundem ad minimum virium parti vltimæ N O adhibendum esse, ac toti spatio K N.

Notandum est autem vix obseruationem repeti posse, quin aliquam circa pondera tendentia varietatem reperias, quòd nempe chorda, & arcus qualibet vice nonnihil relaxentur, & oculus obseruatoris non adeò possit accuratè discrimen cuiuslibet interualli notare, atque seruare, quin sæpenumero quarta saltem lineæ parte aberret. In eadem diuisione nouenaria, tensionis primæ quidem parti, 9 libras vt antea; tribus sequentibus partibus in vnam conflatis, libras 21, & quinque vltimis simul sumptis, 34 libras dedimus: vel si velis à primis quinque initium sumere, 38 libris; tres sequentes 19; vltima denique 7 libris tenduntur.

Alias obſeruationes addamus, ſitque ſecundò ligneus arcus BAC quinque pedes longus, ſitque tenſionis ſpatium K O, quod vulgò *chaſſe* dicunt, quadripartitum, vt priùs: à puncto K ad O 33 libris tenditur; à puncto K ad L, 8 libris; à K ad M, $6\frac{1}{2}$; ab M ad N, 10, &c. Vnde conſtat vim ferè duplam ad duplum ſpatium, triplam ad triplum, & ita deinceps requiri, quòd plurimos decepit, qui credebant ponderibus in ratione ſpatiorum duplicata, vel etiam triplicata opus eſſe.

Tertia obſeruatio in arcu ligneo pedes $5\frac{1}{2}$ longo facta docet ſpatium K L, libras 8; K M, 17, K N, 26, & K O, 40 poſtulare: quodlibet verò interſtitium eſt 4 digitorum, vt etiam arcui Turcico contingit.

Quarta obſeruatio chalybeum arcum bipedalem habuit, qui trochlea 8 (vt præced. prop. dictum eſt) inſtructa orbiculis per K L interſtitium quadripartitum ita flectitur, vt à puncto K ad L librâ dimidia, à K ad M libris $2\frac{1}{2}$, ab M ad N, 7, & à K ad O, 12 libris tendatur. Vnde patet 4 illas partes aliam in ſuis, quàm præcedentes, tenſionibus rationem obſeruare; quandoquidem prima pars vnâ vi tenditur, ſecunda 4, tertia decem, & quarta, ſiue vltima 10.

Quintam obſeruationem habes in illius Scorpionis arcu, quem *à ialet* nuncupant; cuius prima pars à K ad L libris 11 arcuatur; ſecunda ab L ad M 13, ab M ad N 29, & ab N ad O 35. Vbi magnum obſeruas diſcrimen inter hunc arcum & ligneos, cùm iſtius tertia pars requirat vim pluſquam præcedentis duplam.

Quæ omnia ideo retuli vt Lectores cogitent vnde proficiſcantur illa diſcrimina, & num arcus illi ſint meliores, quorum nerui per manubrij diuiſiones æquales ponderibus æqualibus, aut in ratione duplicata diuiſionum flectuntur.

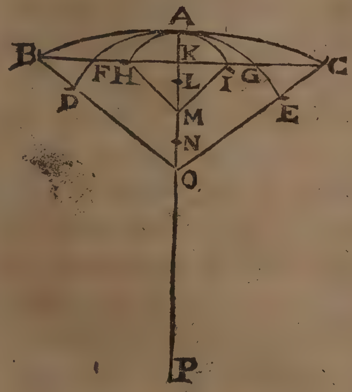
Porrò illa diſcrimina virium tendentium exiſtimarim à diuerſis arcuum craſſitudinibus, & à varia partium textura procedere; ad quod varia problemata referri poſſunt, verbi cauſa, arcum ita conſtruere, vt neruus illius per æquales ſcapi diuiſiones tenſus requirat pondera tendentia in ratione diuiſionum, vel in earum ratione duplicata, triplicata, vel alia data.

PROPOSITIO III.

Quas vires in neruum B K C arcus B A C exerat aperire.

Hic ſermo eſt de neruo nondum tracto, & arcum ſubtendente, quod fieri nequit, niſi tantiſper lunetur, vt fit in hac figura. Duobus autem modis ſcietur qua vi neruus rectus B C ab arcu tendatur, primo ſi pulſu ſonus inquiratur, ſtatim enim atque tonum chordæ in monochordo, vel alio inſtrumento notaueris, pondera chordæ perpendiculari ab arcu ſeparatæ alligata, quibus eundem tonum edet, vim oſtendent qua tendebatur ab arcu: exempli gratia reperi chordam arcui ceraſeo inditum, ab eo velut à 40 libris tendi, hoc eſt pluribus quàm ijs, à quibus deinceps à K ad O tendebatur.

Secundo modo, ponderibus inuerſo arcui A C in puncto B appenſis, donec ex arcu neruus exeat, aut nulla ratione tendatur. Sed caue ne putes illam chordam quæ à K ad O 40 libris adducitur, 80 libris tendi, quòd priùs ex A in C iam 40 libris tenderetur, cùm enim lunatur arcus, & vſque ad O flectitur, illius extrema, ſeu cornua C A minus inter ſe diſtant, quàm antea, neruúſque ex arcu exiliret, niſi per punctum K ab alia vi traheretur, tantóq; duntaxat ad O ductus, magis, quàm in linea recta A C, tenditur, quantò longior euadit.

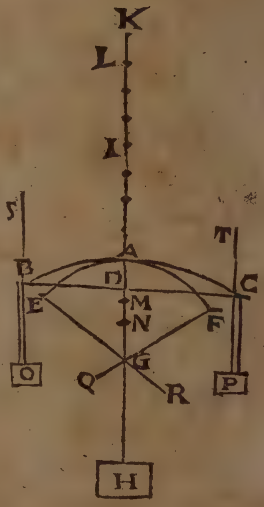


Obſeruandum verò, cùm neruitonus grauior eſt quàm vt accuratè ſatis ab aure percipiatur, mediæ chordæ, vel etiam quartæ partis illius ſumendum eſſe tonum, cuius etiam partis eundem ſonum animaduertas, cùm neruum ex arcu ablatum ponderibus, vel aliâ vi tetenderis; quanquam, ſi noſtra legeris harmonica, chordæ quantumuis longæ ſonum, ſeu tonum abſque auditu, ex illius recurſuum numero facto in tempore dato facilè reperies.

PROPOSITIO IV.

Vires quibus flectitur arcus, dum illius cornibus alligantur pondera, & horum cum ponderibus puncto K appensis rationem explicare.

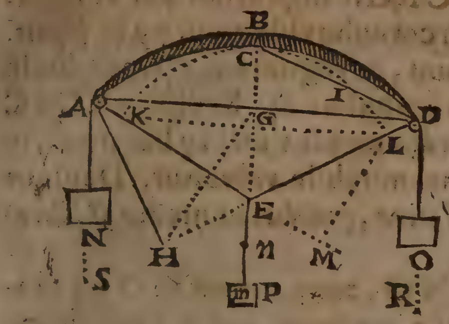
ESto arcus B A C, cuius neruus ab H pondere in puncto D alligato trahatur ad punctum M,N, vel G; sintque pondera O & P arcus extremitatibus, seu cornubus B & C applicata, donec arcus in figuram E A F commutetur, quæritur illorum ponderum ratio. Vbi certum est primò maiora pondera requiri in punctis B & C, quàm in D, vt arcus flectatur æqualiter, quamuis non tanta, quanta nonnulli putauêre, qui vel ab infinitis ponderibus tendi posse negabant, quòd per lineas rectas B O & C P trahant, cùm tamen per lineas E R & F Q in puncto G decussatas arcum trahere debere videantur; quod certum, si terræ centrum supponatur in puncto G. Idem verò de viribus, seu baculis, ac vectibus ab S & T in B & C prementibus, ac de ponderibus ex O & P trahentibus cogitandum est.



Constat autem experientiâ nequidem vsque ad punctum M libris 50 flecti chalybeum arcum B C, quem *à ialet* antea vocari diximus; cùm eius cornubus applicantur, ad quod libris vndecim puncto D appensis trahitur; docet enim obseruatio 4 libris ad idem punctum adduci, ad quod quinquaginta libris flectebatur.

Verùm regula generalis, quâ nosces quibus ponderibus cornua lunentur, & ad data puncta neruus adducatur, cùm datur pondus in D appensum, quod eandem præstat inflexionem, sequente figurâ declaratur. Sit ergo flexus arcus A B D à pondere *m* vel P, itaut neruus ad E punctum peruenerit, continuetúrque linea chordæ D E vsque ad H, & vlteriùs, si opus est, in quam ducta linea ex puncto A lineæ D H perpendicularis ostendet quanto pondera cornubus

cornubus A & D appendenda pondere P maiora esse debeant; vt enim H A latus ad duo latera A G, G H simul sumpta, id est vt A H ad totam chordam A D, ita pondus *m* vel P, ad duo pondera punctis A & D alliganda, quæ neruum ad E punctum adducãt, (manu tamen, absque vi, ductrice nerui à puncto G ad E.)



Si verò consideretur arcus A B C in K C L inflectendus, vt chorda A D ad punctum E perueniat, non erit linea ex A puncto in H ducenda, sed postquam linea chordæ K E versus M producta fuerit, ex L puncto, siue cornu, recta L M lineæ K M perpendicularis agenda, vt sit pondus P, vel *m* neruum ad E trahens ad pondera cornuum K L, in eadem ratione ac L M ad L K: idémque puta de cæteris arcuum flexionibus, quæ quantò maiores erunt, tantò minor erit subtensa K L, atque adeo minor ratio ponderum N & O, ad pondus *m*.

Cùm igitur in primo casu pondus *m* sit ex hypothesi 40 librarum, & linea H A subdupla lineæ A D, erit punctum N 40 librarum, totidémque pondus O, vt 80 libræ viribus 40 librarum æquiponderent, vel potiùs æquiualeant. Idémque dicendum de viribus, vel manibus ex S & R punctis funes A S & D R trahentibus.

Est autem angulus A E D 120 graduum, quando linea G E est subdupla lineæ G A, vel G H, vel H G. Vbi videre possis mechanicas obseruationes arcus lignei, cuius neruus A D pedum 5, & digitorum $2\frac{1}{2}$, abest à puncto B nondum aliâ vi inflexo, hoc est G à C, digitis 4 & 10 lineis.

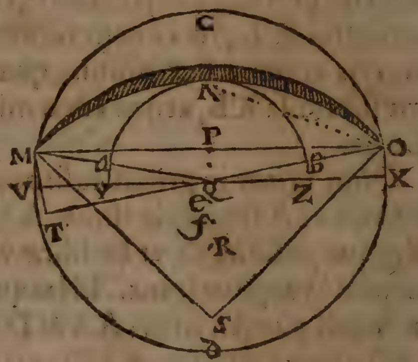
Cùm ita flectitur arcus vt G à C 1 pedibus distet, chorda 4 lineis longior est, & arcus A B C cornua D A digitis $5\frac{1}{2}$ viciniora sunt, distant enim solummodo pedibus 4 & 9 digitis, quæ priùs 5 pedibus & digitis $2\frac{1}{2}$ distiterant. Angulus autem à chorda factus in G tunc est graduum $130\frac{1}{2}$, visque, seu pondus in P debet esse ad pondera in A & D, vt 8 ad 19, hoc est vt 1 ad $2\frac{1}{2}$.

Quando flectitur arcus, donec G pede & 7 digitis à C distet, chordæ angulus est graduum 141; cornua distant à se inuicem 4 pedibus, digitis 11, & 5 lineis, hoc est prima illorum distantia 3 digitis & vna lineâ minuitur; chorda verò 2 ferè lineis fit productior.

Verùm vt omittam illos angulos, & cornuum diſtantias, ſolummodo perſequor interualla quatuor inter G & C, quibus propria pondera deſtinentur.

Cùm igitur minor diſtantia G ad C fuerit digitorum 9 & 11 linearum, pondus in medio 10 librarum, in cornubus librarum 79 & $\frac{3}{4}$ erit. Diſtantia C à G exiſtente pedis vnius, & digitorum $2\frac{1}{3}$, pondus in medio chordæ G erit 19 librarum, in cornubus 85. Si diſtiterit G à C vno pede, 7 digitis, & 5 lineis, in medio pondus erit 27 librarum, in cornubus 85, vt antea, quod pluribus mirabile videbitur. Denique cùm inter G & C duo pedes intercesserint, pondus in medio 38 librarum in cornubus $90\frac{1}{4}$ inuenietur.

Sit verò aliud exemplum arcus M N O, cuius neruus M O ita tendatur in punctum Q, vt M Q O ſit 160 graduum, atque adeo ſit angulus Z Q b, vel a Q Y 10 graduum: ducatúrque in O Q productam in T perpendicularis M T, erit pondus tendens chordam in puncto P ad pondera in punctis M & O chordam æqualiter tendentia, vt M T ad M O. Quid ſi neruus ita tendatur, vt faciat angulum S rectum? certè non erit dicenda perpendicularis M T in O S productam, cùm M S ſit iam ei perpendicularis, quæ propterea pondus in puncto P premens referet, quemadmodum pondera cornubus adhibita per M O lineam repræſentabuntur. Quòd ſi fuerit M Q O 120 graduum, pondus trahens chordam M O ex puncto P in punctum Q, dimidium erit ponderis cornubus adhibendi.



MONITVM.

CVm hactenus ex obſeruationibus præſertim egerimus, placet ad vberiorem prædictarum tenſionum doctrinam ex Harmoniæ noſtræ Gallicæ lib.3. vbi de Mechanicis, tertiam propoſitionem huc in illorum gratiam transferre qui tractatum illum mechanicum à noſtra Geometra compoſitum minimè viderunt, quandoquidem Harmonia noſtra Latinè ſcripta illo tractatu caret.

PROPOSITIO V.

Dato pondere, quod duobus funibus, vel fulcris positione datis sustineatur, vtriúsque funis potentiam inuenire.

FIguram tractatus superioris hîc repetemus, in qua pondus A duobus funibus A C & A Q angulum acutum C A Q facientibus alligatur, eósque trahit, cui duæ potentiæ C Q resistunt, linea directionis A F; cui ducatur perpendicularis ex puncto C, vtlibet producta. Vbi notandum me hîc quædam omittere, quæ ad neruum arcus, in quo discutiendo versamur, minimè pertinent, qui cùm nunquam angulum acutum faciat, imò ne rectum quidem, sed semper obtusum, possent etiam hi duo anguli in alium locum reijci, nisi tertius casus longè meliùs ex illis duobus intelligendus foret.

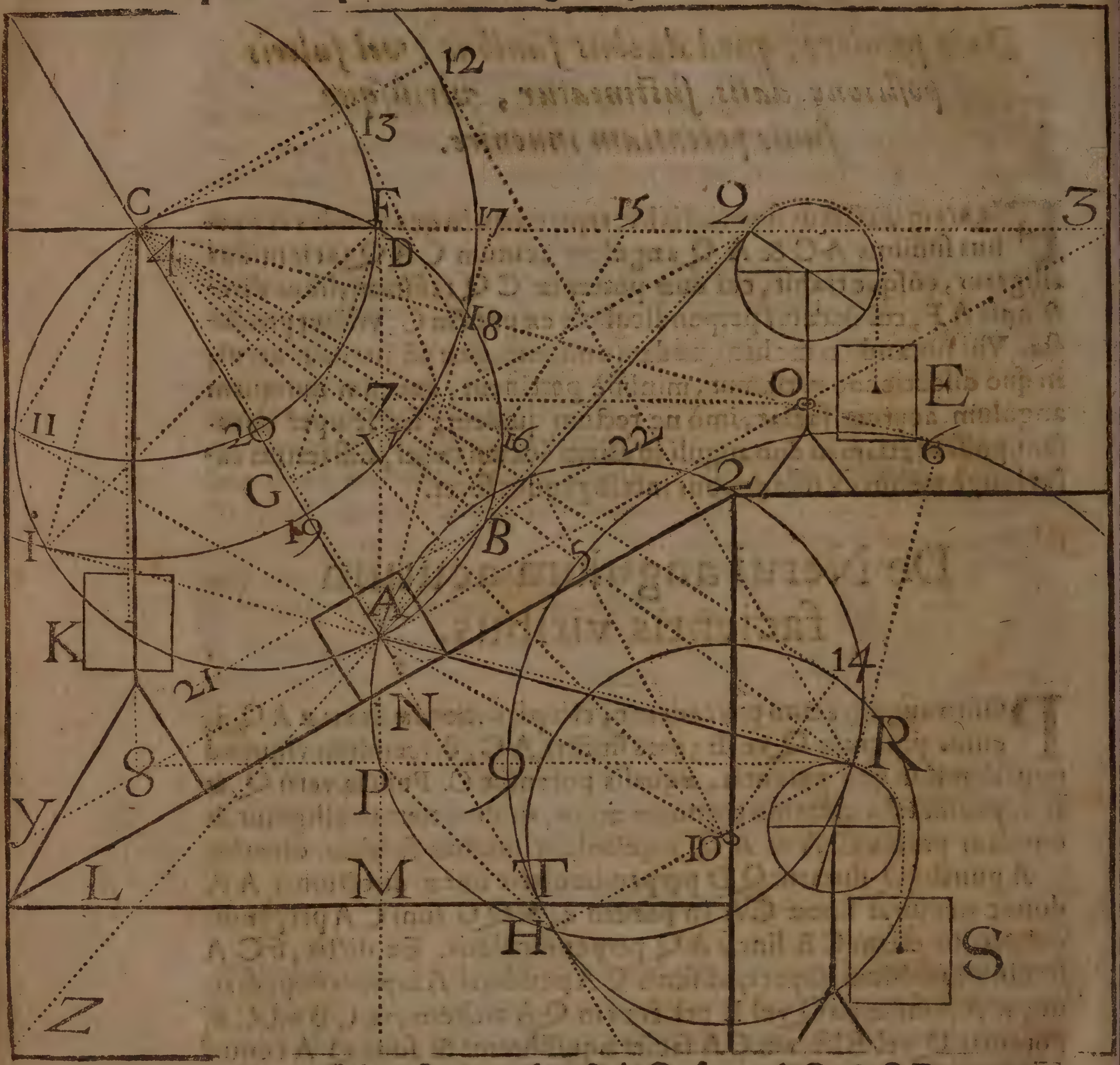
De Nerui angulum acutum facientis viribus.

POsito angulo acuto præcedente, erit pars chordæ dextræ A Q E, cuius potentia Q vel E; pars sinistra A C, descendens vsque ad punctum K in quo potentia, æqualis potentiæ C. Puncta verò Q, & C repræsentant extrema cornuum arcus, quibus neruus alligatur, & eiusdem partes C A & A Q æquiualent duobus funibus diuersis.

A puncto Q ducatur Q D perpendicularis lineæ directionis A F, donec occurrat lineæ C A in puncto 4; & Q G funi C A perpendicularis, sit etiam C B lineæ A Q perpendicularis. Ex dictis, si C A sit libræ brachium, super quo funis C A ponderis A lapsum impediat; sitque A pondus ad Q vel E per funem Q A trahens, vt C B ad C F, potentia Q vel E libram C A faciet æquilibrem: & fune Q A centro ponderis A alligato, libra exonerabitur, & pondus A partim à potentia Q, partim à plano L N 2 libræ C A perpendiculari, vel à fune C A plani vicem præstante sustinebitur.

Præterea si Q A sit bilancis brachium, super quo pondus A fune Q A impediatur à lapsu, & vt G Q ad Q D, ita pondus A ad C poten-

tiam, C fune C A trahens faciet libram Q A æquilibrem; & fune C A centro ponderis A alligato, libra Q A exonerabitur, pondúsque A partim à C per C A funem agente, partim à fune Q A sustinebitur.



Cúmque data sint angulus G A Q, funes A Q, & Q D, cum angulis C A F, Q A D, dabuntur etiam perpendiculares CB, Q G, C F, & Q D, illarúmque rationes, atque adeo rationes ponderis A ad potentias Q, & C, ex consequenti dabuntur, quæ pondus A funibus Q A, & C A sustinent, vti postulabatur.

De Nerui rectum angulum facientis viribus.

FVnis A O faciat angulum rectum C A O cum fune C A, & ab O perpendicularis O 7 in lineam directionis A F ducatur. Potentiæ verò C, O per funes O A & C A trahentes, pondus A sustineant. Si, ex dictis, C A sit libræ brachium, super quo ponderis A lapsus à fune C A impediatur, fueritque vt A C ad C F, ita pondus A ad O potentiam, O per O A trahens libram faciet æquilibrem: & A O fune centro ponderis A alligato, libra exonerabitur, pondúsque A super A O fune, & super plano L N 2, vel chorda C A quiescet. Eodémque modo concludetur, si A O libræ fuerit brachium, pondus A esse ad C potentiam per funem C A trahentem, vt A O ad O 7, vel vt C A ad C F, ob triangulorum A O 7, A C F similitudinem. In triangulis autem A C F, A O 7 dantur omnia, datúrque pondus A, dantur ergo potentiæ C O, quæ pondus A super funibus C A & A O sustinent, quod quærebatur.

De Nerui obtusum angulum efficientis viribus.

FVnis A R cum C A fune datum angulum C A R faciat, & à puncto R ducatur perpendicularis R P in lineam directionis F A versus A, vtlibet, productam. Ducatur etiam R H funi producto C A perpendicularis; & C I perpendicularis funi R A producto: Et R vel S potentia trahens fune R A, & potentia C vel K trahens fune C A, sustineant pondus A, illæ potentiæ determinandæ sunt. Sitque propterea C A libræ brachium, erit vt C I ad C F, ita pondus A ad R potentiam datam, quâ C A libra fiet æquilibris: cúmque funis R A ponderis A centro alligetur, libra exonerabitur, partímque pondus A fune R A, partim L N 2 plano, vel fune C A sustinebitur. Potentia verò C inuenietur, si fiat vt R H ad R P, A ita pondus ad potentiam C, quæ postulabatur.

Intelligatur enim R A libræ brachium, super quo pondus A; & potentia F trahens per lineam directionis F A, brachium R A pon-

deri faciat æquilibre, potentia F sustinens pondus A per lineam directionis ejusdem ponderis, illi æqualis erit. Sed potentia F eodem modo super brachio R A, ac per distantiam R P trahit, quemadmodum potentia C eodem modo per R A brachium ac per R H trahit.

Cùm igitur potentia F trahat perpendiculariter per R H, sitque reciprocè R H ad R P ratio eadem, quæ ponderis A, vel potentiæ F ad potentiam C, per constructionem, C facit R A æquilibre, & fune C A centro ponderis A alligato, brachium exonerabitur, & funes C A & R A pondus A suis potentiis sustinebunt, atque adeo dabuntur potentiæ, vti quærebatur.

Cùm autem pulcherrima sequantur ex ista propositione, quibus explicandis figura præcedens sufficit, sequentibus notandis ea complectemur.

Notandum primum.

IN omni casu à qualibet potentia duæ perpendiculares ducuntur, vna in lineam directionis ponderis, altera in alterius potentiæ funem: & in rationibus ponderis ad potentias, pondus est homologum perpendicularibus in directionis lineam ductis: exempli gratiâ, pondus A perpendicularibus C B, Q G, C A, O A, C I & R H à potentijs in funes ductis homologum est. Potentiæ verò C, Q, E, O, R vel S, perpendicularibus Q D, C F, O 7, vel R P in lineam directionis A F ductis homologæ sunt: Sempérque pondus est ad primam potentiam vt perpendicularis ducta à secunda potentia in funem primæ ad perpendicularem ductam à secunda potentia in lineam directionis ponderis; & reciprocè pondus est ad secundam potentiam vt perpendicularis à prima potentia in secundæ funem ducta, ad perpendicularem à prima potentia in lineam directionis ponderis ductam.

Notandum secundum.

POndus & potentiæ sunt semper homologa tribus trianguli lateribus: quod primò demonstratur in primo casu præcedentis propos. cuius constructio hîc supponitur, sit enim angulus acutus C A Q, A pondus, A F linea directionis: perpendiculares C F, C B, Q G, Q D, ducantúrque lineæ F B, & G D. Quibus positis trianguli C F B, & Q D G similes sunt, & alterutrius lateribus pondus A &

potentiæ C Q sunt homologa. Cùm enim anguli C F A, & C B A recti sint, quadrilaterum Q D G A circulo poterit inscribi, quapropter angulus C B F æqualis erit angulo C A F, & angulus G Q D angulo G A D æqualis. Cùm igitur C B F angulus, & angulus G Q D sint eidem æquales; hoc est C A F, vel G A D; anguli C B F & G Q D erunt inter se æquales.

Rursum, angulus F C B angulo Q G D æqualis erit, cùm vtérque sit æqualis angulo F A B, vel Q A D. Cùm igitur duo anguli C B F & F C B sint æquales duobus angulis G Q D, & Q G D, vnusquisque suo, duo trianguli C B F, & Q G D similes erunt.

Erit igitur B C ad C F vt Q G ad G D; & B C ad B F, vt Q G ad Q D, sed vt B C ad C F, ita pondus A ad potentiam Q, & Q G ad Q D, vt A pondus ad C potentiam. Erit igitur Q G ad G D, vt A pondus ad potentiam Q: & B C ad B F, vt A ad C.

Quare in triangulo C B F, cùm A pondus sit homologum lineæ C B, potentia Q erit homologa lineæ C F, & potentia C lineæ B F.

In triangulo Q G D si pondus A fuerit homologum lineæ Q G, potentia C erit lineæ Q D, & potentia Q lineæ G erit homologa.

Secundus casus funes exhibet rectum angulum C A O facientes, reliquis vt in 2 casu præced. propos. trianguli rectanguli C A F & A O 7, A 5 F sunt similes, & pondus A ac potentiæ C, O illud funibus C A & A O sustinentes sunt tribus C A B, vel A O 7, vel C A F, trianguli lateribus homologa.

Tertius autem casus magis ad arcus nostros pertinens, exhibet C A R angulum obtusum; sit autem constructio vt in 3 casu præced. prop. ducantúrque lineæ H P, & F I. Trianguli R H P, & C F I sunt similes, & alterutrius lateribus pondus A & potentiæ C, R funibus C A & A R pondus A sustinentes sunt homologa. Similitudo illa triangulorum ex quadrilaterorum R H P A & C I A F in circulo inscriptibilitate probatur, quapropter anguli H R P, H A P, C A F, & C I F, vt & angulo R P H, R A H, C A I, & C F I sunt inter se æquales. Erit igitur latus H A ad latus R P, vt latus C I ad latus I F; & latus H R ad H P, vt C I latus ad latus F C; sed vt R H ad R P, ita pondus A ad C potentiam; & vt C I ad C F; ita pondus A ad R potentiam, quare R H est ad H P, vt pondus A ad potentiam R. Et C I est ad I F, vt pondus A ad C potentiam.

Constat igitur pondere A existente homologo lateri R H trianguli R H P, potentiam C esse homologam lateri R P; & R potentiam lateri H P homologam. Similiter in triangulo C F I, latus cùm C I

fuerit homologum ponderi A, potentiæ R erit C F homologum, & potentiæ G, erit F I homologum.

Igitur in omni casu pondus & duæ potentiæ sunt semper homologæ tribus lateribus trianguli descripti à duabus perpendicularibus ex eadem potentia ductis, quarum vna lineæ directionis ponderis, alia funi alterius potentiæ occurrit, tertium verò latus fuerit linea binas illas perpendiculares coniungens.

Si verò ducatur ab aliquo puncto in linea directionis ponderis sumpto linea funium vni parallela ad alium funem, triangulus ex illa parallela, linea directionis, & fune describetur prædicto triangulo similis cuius latera erunt ponderi, & duabus potentijs homologa.

Vnde sequitur primò duas potentias simul sumptas esse pondere maiores; secundò pondus simul cum alterutra potentia maius esse altera potentiâ, quandoquidem pondus & potentiæ tribus trianguli lateribus homologa sunt, quorum laterum duo sunt semper altero maiora.

Notandum tertium.

QVamdiu in ijsdem punctis potentiæ fuerint, pondúsque semper idem in eadem directionis linea fuerit, si factus à funibus pondus sustinentibus angulus maior est, maiores etiam potentiæ ad idem pondus ijsdem funibus sustinendum requiruntur, quod ex dictis facilè demonstratur.

In primo siquidem casu, quo possunt funes coire cum linea C F versus F producta, quo maior fuerit angulus à funibus factus, eò magis perpendicularium occursus ab F puncto distabit, & consequenter lineæ à potentijs ad illud occursus punctum ductæ longiores erunt.

Exempli gratia, si fuerint potentiæ C & Q, & angulus à chordis factus C A Q, perpendicularium occursus erit V; lineæ verò à potentijs ad occursum ductæ erunt C V, & Q V.

Si potentijs existentibus C & Q, angulus C V Q fuerit angulo C A Q maior, punctum occursus in A minus ab V puncto quàm ab F distabit: lineæque à potentiis ad occursum ductæ C A, & Q A lineis C V & Q V longiores erunt. Linea verò C Q est semper homologa ponderi: lineæque à potentijs ad perpendicularium concursum ductæ sunt ijsdem potentijs reciprocè homologæ.

Cùm igitur chordarum angulus maior, ac proinde lineæ à potentijs ad perpendicularium concursum ductæ maiores fuerint, erunt etiam

etiam potentiæ maiores. Cætera videantur in prædicti tractatus Corollarijs & Scholijs, quæ perlegere fuerit operæpretium.

PROPOSITIO VI.

Quocúmque modo pondus, & potentiæ illud duobus funibus lineam rectam minimè facientibus sustinentes disponantur, pondus & potentiæ sunt semper homologæ tribus trianguli lateribus.

ESto enim triangulum oxygonium, rectangulum, vel oblygonium; cuius tres perpendiculares in eodem se puncto secant; quod quidem punctum in oxygonio est intra: in rectangulo, in vertice anguli recti, in amblygonio, extra: hæc igitur propositio 3 casibus perficitur, quorum primus de triangulo oxygonio ita probatur.

Sint funes C A & A Q facientes acutum angulum C A Q: sitque pondus A, cuius linea directionis A F; perpendiculares C F, C B, Q G, Q D; ducantúrque lineæ F B, & G D. Dico triangula C F B, & Q D G esse similia, & tribus alterutrius lateribus esse homologa pondus A, & duas potentias C, Q sustinentes idem pondus A funibus C A & Q A. Cùm enim anguli C F A, & C B A recti sint, quadrilaterum C F B A inscribetur circulo: quare angulus C B F angulo C A F, & angulus C F B angulo F A B æqualis erit. Similiter quadrilaterum Q D G A circulo inscribetur, erit igitur angulus Q G D angulo Q A D, & angulus G Q D angulo G A D æqualis.

Cùm igitur C B F angulus trianguli C B F, & angulus G Q D trianguli G Q D sint eidem æquales, hoc est angulo C A F, vel G A D, erunt etiam æquales inter se C B F, & G Q D anguli.

Item angulus F C B trianguli F C B, æqualis erit angulo Q G D trianguli Q G D, cùm ambo sint æquales angulo F A B, vel Q A D. Qua ratione duo anguli C B F & F C B trianguli C B F æquales cùm sint duobus angulis G Q D & Q G D, quisque suo; hi duo trianguli C B F & Q G D similes erunt. Erit ergo B C ad C F, vt Q G ad G D, & B C ad B F vt Q G ad Q D: sed vt B C ad C F, ita pondus A ad potentiam Q; & Q G est ad Q D, vt pondus A ad potentiam C. Erit igitur etiam Q G ad G D, vt A pondus ad potentiam Q: & B C ad B F, vt A pondus ad C potentiam.

Quare manifestum est in triangulo C B F, cùm pondus A est ho-

mologum lineæ C B, potentiam Q lineæ C F, & potentiam C lineæ B esse homólogam. Et cùm in triangulo Q G D pondus A lineæ Q G homologum est, potentiam C lineæ Q D, & potentiam Q lineæ G D homologam esse.

Secundus casus ad triangulum rectangulũ attinet: in quo sint funes C A & A O pondus A sustinentes, & C A O rectum angulum facientes. Constat triangula rectangula C A F, & A O 7, vel A 3 F esse similia. Atqui demonstratum est pondus A & potentias C & Q homologas esse tribus trianguli C A F lateribus; vt enim C A ad C F, ita A pondus ad potentiam O vel 3: & vt A O ad O 7, vel A 3 ad 3 F, vel C A ad C F, ita pondus A ad C potentiam; quare pondus A, & potentiæ C O sustinentes illud funibus C A & A O sunt homologa tribus trianguli C A B, vel A O 7, vel A 3 F, vel C 3 A lateribus.

Tertius casus in triangulo amblygonio versatur. Sint ergo C A & A R funes pondus A sustinentes, & angulum C A R facientes obtusum, ducantúrque H P, & F I rectæ. Dico triangula R H P, & C F I esse similia, & tribus alterutrius lateribus homologa esse pondus A, & potentias C, R, sustinentes funibus C A & A R pondus idem A. Facilè siquidem demonstratur R H P, & C I F esse similia, cùm quadrilatera R H P A, & C I A F circulo sint inscriptibilia; quare anguli H R P, H A P, C A F & C I F inter se sunt æquales.

Similiter anguli R P H, R A H, C A I & C F I sunt æquales inter se: quapropter H R latus erit ad latus R P, vt C I latus ad latus I F: & latus H R ad H P vt latus C I ad latus C F. Sed vt R H ad R P, ita pondus A ad C potentiam: & vt C I ad C F, ita pondus A ad potentiam R. Quare R H est ad H P, vt A pondus ad R potentiam: & C I est ad I F, vt A pondus ad C potentiam. Constat igitur in triangulo R H P, cùm pondus A lateri R H est homologum, C potentiam lateri R P, & R potentiam H P lateri homologam esse.

Eodémque modo in triangulo C F I, latere C I ponderi A homologo existente; latus C F potentiæ R, & latus F I potentiæ C erunt homologa. Igitur in omni casu pondus & potentiæ semper tribus trianguli lateribus erunt homologa; quod triangulum ex 2 perpendicularibus construitur, ex eadem potentia ductis, vnâ in lineam directionis ponderis, alia in funem alterius potentiæ, atque ex linea ducta ab vna ex perpendicularibus in aliam.

COROLLARIVM.

VNde ſequitur non ſolum ambas potentias vnà ſumptas pondere maiores, ſed etiam pondus vnà cum alterutra ex potentijs maius eſſe reliqua potentia; quia pondus & ambæ potentiæ tribus trianguli lateribus homologa ſunt, quorum laterum duo ſunt ſemper reliquo maiora.

MONITVM.

QViſpiam videre poteſt 3 Scholium in noſtris Gallicis Harmonijs, quo demonſtratur, quòd cùm potentiæ ſunt vt ſuprà, & pondus eſt ſemper idem, & in eadem linea directionis; angulúſque à funibus pondus ſuſtinentibus compreheſus, maior fuerit, maiores requiri potentias, quæ ijſdem funibus idem pondus ſuſtineant: vnde ſequitur maximas omnium requiri potentias, cùm funes lineam rectam efficiunt. Vide etiam problemata Scholij 4 & 5. nec non alia ſcholia, nouem numero, quæ omnia lectione digna ſunt: ſed iam ad arcus noſtros redeundum.

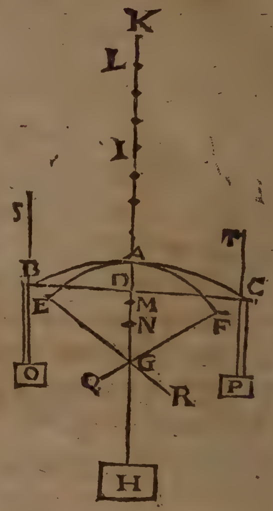
PROPOSITIO VII.

Arcus, ſeu nerui recurrentis, & ſagittæ, vel globuli vim & velocitatem inueſtigare.

ESto arcus B A C pondere H in E F arcuatus, vt illius neruus horizontalis rectus B D C ad punctum G adducatur, ex quo recurrens in D, ſagittam, vel globum excutiat horizonti perpendiculariter in punctum K. Et quemadmodum globus à puncto K ad D rediens primo tempore deſcendit à K ad L per vnicum ſpatium; ſecundo tempore ab L ad I per tria ſpatia, tertio denique tempore per 5 ſpatia ab I ad D, ita expulſus ab arcu primo tempore percurrat 5 ſpatia D I, ſecundo tria I L, tertio denique vnicum L K. Hac enim ratione neruus B C recurrens ex G vim habet totius deſcenſus ex K in D, prætereáque vim pondus globi ſuperantem. Itaque ſi pondus K ſuper punctum D chordæ B C cadat, illam ad aſtragalum G reducturum videtur, cùm enim à chorda fuerit excuſſum ad K, cur non poſſit

redeundo chordam ad punctum G secum referre? vt ea ratione ponderi H, quo neruus ad G primò fuerat adductus, æquale dicatur.

Quæ cogitatio virum subtilem induxit vt non solùm eandem esse rationem resistentiæ diuersæ, qua neruus B C cogitur vsque ad G, ac potentiæ, qua ex G redit ad D, sed etiam resistentiam illam nerui à D ad G æqualem esse resistentiæ aëris inter A & K interpositi, & vim motricem chordæ recurrentis à G ad D æqualem globi potentiæ à G ad D descendentis crediderit. Eapropter neruum à pondere K descendente percussum eadem velocitate, qua priùs ad D venerat, quanquam inuerso ordine, rediturum.



Interuallum D G intelligatur diuisum in 9 partes æquales, & tribus temporibus illas ita percurrat chorda vi ponderis K in illam descendentis, vt primo tempore à D ad M per vnam partem, secundo tempore ab M ad N tria spatia, tertio demum quinque spatia conficiat ab N ad G, & inuerso postmodum ordine redeat ad D, conficiens primo tempore 5 spatia, secundo tria, tertio vnicum.

Erit igitur vt K D linea ad lineam D G, ita velocitas per K D ad velocitatem per D G, & ideo vt tempus motus K D ad tempus motus D G, vtque pars lineæ K D ad similem partem lineæ D G, ita pars temporis motus & velocitatis in linea K D ad partem similem temporis & velocitatis in linea G D. Insuper vt sunt inter se pondera quæ tendunt neruum per varia interualla, ita vires per ea interualla comparatæ, quæ pondera cùm esse putarit in ratione prædictorum interuallorum duplicata, ex consequenti globum ex puncto K in L redeuntem, & gradum vnum virtutis in L, hoc est in fine primo temporis habentem, in fine secundi, 4 gradus, & in fine temporis tertij in puncto D, 9 gradus habiturum, quibus virtutis gradibus in ascensu, ratione inuersa, spolietur.

Quæ quidem subtiliter inuenta videbantur, si vires seu pondera, quibus neruus ad interualla prædicta cogitur, essent in illorum interuallorum ratione duplicata, quod sæpiùs experientiæ refragatur. Prætereáque conuincit obseruatio sagittas excussas ex G in K breuiori tempore ex D in K ascendere, quàm è K ad D recidant, vt postea dicturi sumus, & quispiam experiri potest.

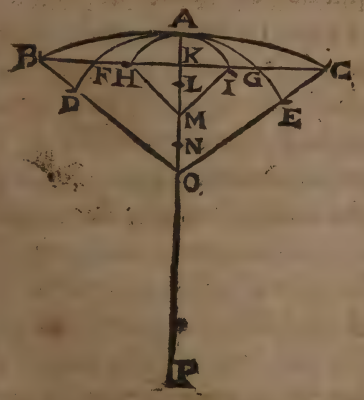
Porrò vix fieri potest experimentum casus globi ex K in neruum

D, nisi cadens alligetur funiculo, chordæ in puncto D circumligato, & ab arcu B A C satis declinet, vt cùm ceciderit, & funiculus à pondere K tractus neruum D trahere cœperit, tandem illum ad punctum G adducat: at verò hæc fuerit prolusio, deincepsque rem istam diligenter excutiamus.

PROPOSITIO VIII.

Diuersas eiusdem sagittæ, & arcus iaculationes ex diuersis scapi punctis incipientes, hoc est secundum varias nerui & arcus tensiones, explicare.

Licet arcus illi quibus experti sumus, scapis caruerint, operæ tamen pretium fuerit arcui B A C (quo iam ligneum arcum quintupedalem referri velim) manubrium tribuere, in quo notentur varia interualla, verbi gratia, 4, ex quibus sagitta mittatur, quanquam plures diuisiones pro vniuscuiusque libitu fieri possint, vti aliquando nouem fecimus, de quibus postea.



Inquirendum igitur quantò minor futura sit iaculatio facta ex primo puncto L, quàm ex puncto M, & alijs vsque ad O punctum, nec enim dubium quin sit maior ex punctis à K versus O remotioribus, sed tantùm quantò sit maior. Primùm verò dicam quę multis verosimilia videbantur, nempe vires tendentes esse in ratione duplicata iactuum; verbi causa iactum ex puncto M esse ad iactum ex L in duplicata ratione M K ad L K, hoc est iactum ex M esse quadruplum iactus ex L, quemadmodum arbitrabantur vim cogentem neruum K vsque ad M esse quadruplam vis illum ad L adducentis, vt iactus essent instar radicum, & pondera tendentia quadratorum.

Sed ad obseruationes accedo, factas à nobis in ludo publico Ballistico Parisiensi, egregio iaculatore vibrante ad angulum 30 graduum, altitudine super horizontem quadrupedali: arcus noster cerasinus,

vulgò *de merisier*, pedes 5 & 4 digitos longus, à puncto K ad O sesquipedem habet in 8 partes æquales diuisum; neruus K ad primum punctum tensus & laxatus sagittam emittit ad duas hexapedas & 4 digitos: aliæ iaculationes eo qui sequitur modo apparuerunt. Ex secundo puncto iactus fuit 7 hexapedarum, ex tertio sexdecim, ex quarto $22\frac{1}{2}$, ex quinto $29\frac{1}{2}$, ex sexto 35. Septimus & octauus ob ludi stadium quàm par sit breuius, notari minimè potuerunt, sed cùm secundus à primo differat proximè 5 hexapedis, tertius à secundo 8 hexapedis, quartus à tertio $6\frac{1}{2}$, quintus à quarto $7\frac{1}{2}$, & sextus à quinto 6 hexapedis, vix dubium superest quin septimus, & octauus iactus eodem modo progrediantur, vt ex alijs obseruationibus constat. Est autem arcus obseruatorius pondo vnius propemodum libræ; sagitta bipedalis vnius vnciæ, cuius crassitudo linearum 4.

Tempus verò durationis vniuscuiusque iactus nobis apparuit, primi quidem plusquam dimidiæ partis secundi minuti; secundi iactus duratio vnius secundi minuti; tertij iactus, secundi $1\frac{1}{2}$: quarti 2 secundorum, &c. adeout singulorum iactuum sibi succedentium duratio dimidia parte secundi minuti creuisse videatur. Idem apparuit in totidem arcus Turcici diuisionibus, licet maiora pondera neruo istius adhibenda sint, vt ad æqualia interualla cogatur; qua de re postea.

Vnde concludendum iactus eadem ferè ratione se inuicem, quo pondera tendentia superare: quanquam non hîc loquor de iactibus arcuum chalybeorum, siue manu sola, siue balistario quóuis epitonio flectantur, quòd absque totidem astragalis, quot fuerint in scapo diuisiones, hisce obseruationibus sint inutiles, nisi totidem clauorum beneficio arcus ipse ab astragalo pro libitu remoueri, & ad eundem admoueri possit.

PROPOSITIO IX.

Iactus diuersorum arcuum maximos, tam secundum longitudinem, quàm velocitatem inuicem comparare.

IActus sagittæ, globíue, horizontalis est, aut verticalis, vel medius, vt tractatu hydraulico dictum, & explicatum est: dicitur enim *horizontalis*, quoties arcus, vel illius scapus sit horizonti parallelus, vt rectà collineet in scopum: *verticalis* ex arcu ad horizontem perpendiculariter erecto vocatur; *medius* verò cùm super horizontem ad 45

gradus, seu angulum semirectum inclinatur. Hîc autem duobus præsertim arcubus vtor, ligneo 5 pedes & $\frac{1}{4}$, & chalybeo 2 pedes & 2 digitos longo: chorda lignei pedum est quinque, chalybei verò bipedalis; ille 42 libris, hic 1600 præter propter tenditur, quod pondus ferè quadragies alium superat, vnde forsan quis inferet, sed falsò, iactum arcus chalybei quadragecuplum esse iactus lignei, qua de re postea.

A verticali iactu exordior, quippequi reliquis facilior est, quandoquidem requirit minus terræ spatium, illiúsque duratio faciliùs & certiùs innotescit; constat autem experientia iactum arcus lignei prædicti non excedere 50 hexapedas, iactum verò chalybei centum hexapedas minimè superare. Quod ex ipsa obseruatione demonstro, quoties enim ascensus & descensus sagittæ lignei arcus 8 secunda minuta durat, toties solus exscensus 5 secunda insumit; quotiésque chalybei iactus fit vndecim secundorum spatio, toties exscensus 7 ferè secunda durat; atqui alia ex obseruatione constat grauia spatio 5 secundorum 50 sexpedas, & spatio 7 secundorum 98 hexapedas conficere, cùm non magè quàm globus plumbeus ab aëre impediuntur; quod animaduerto, ne forsan sagittæ redeuntes maiorem ab aëre remoram patiantur.

Hinc fit vt sagitta chalybei arcus 4, vel 5 secunda, in ascensu 98 hexapedarum, & sagitta lignei suo in ascensu 50 hexapedarum, tria secunda consumat: vnde comparatio velocitatis vtriúsque colligitur.

Cùm autem in propositione dixi *maximos*, eos iactus intellige qui fiunt in illa summa tensione arcuum, quorum neruus ad astragalum adducitur, minimè verò de tensionibus citerioribus, nec enim opus est monere de vlterioribus, quippequæ arcum frangerent.

Omitto verticales iactus globorum à sclopetis, & bombardis explosorum, de quibus suo postea loco.

Quod ad horizontales attinet, constat ex obseruatis, sagittam ab arcu ligneo 30, 40 vel 50 libris tenso, spatium 30 hexapedarum conficere spatio duorum secundorum, quod vnico secundo percurrit sagitta prædicti arcus chalybei: cuius horizontalis iactus in pedali super horizontem eleuatione, 20 hexapedarum, in quadrupedali, ferè 40: in qua notandum est sagittam post primum terræ contactum ad 40 hexapedas, iterum alias 40 hexapedas super tellurem cucurrisse, & scamnum ligneum occurrens fidisse, seu perrupisse. Sagittæ verò arcus lignei iactum horizontalem ex iisdem super horizontem altitudinibus subduplum esse præcedentis obseruationes ita confirmant, vt & ipsi iactus medij hanc vtriúsque sagittæ legem sequantur.

Cùm enim ſagitta chalybei arcus ad 45 graduum eleuationem centum hexapedas percurrit, arcus lignei ſagitta 50 præterpropter conficit: ſed illius duratio ad 7 ſecunda, huius ad 5 accedit, cùm videlicet 4 pedibus ſuper horizontem libratoris, ſeu iaculatoris manus erigitur.

Vbi mirabile non vni videtur quod extenſione chalybei arcus à 2000 libris facta iactus ſit tantummodo duplus alterius, qui fit extenſione 40, vel 50 librarum, quæ toties in 2000 continetur: an verò ex ea ponderum ratione concludi poſſit vires ſemper quinquagecuplas, aut quadragecuplas eſſe debere, vt iactus ſit duplò maior, & velocior, poſtea inueſtigabitur.

PROPOSITIO X.

In quo ſui iactus puncto ſagitta ſit potentior, ſeu vim maiorem exerat, & quantò ſit initio aſcenſus, quàm in exſcenſus fine potentior, definire.

Conſtat ex diuerſis experimentis nullibi potentiorem eſſe ſagittam quàm in eo puncto ſpatij & temporis, quo neruum poſt ſe relinquit, in terram enim multoties ſagítta ex diuerſis interuallis, verbi gratia 10, 5, & 2 hexapedarum, ſemper eò profundiùs penetrauit, etiamſi terra ſola ſagittæ longitudine à neruo, ſeu aſtragalo diſtiterit: quod cùm globo è minore bombarda exploſo ſimiliter obſeruatum fuerit, nullus dubito quin illi decipiantur, qui pilis minorum, vel maiorum bombardarum muros, vel alia obiecta faciliùs perfringi putant, cùm illa bellica organa 20, vel 30 hexapedis abfuerint, quàm vbi propiùs, verbi gratia ad vnam aut alteram hexapedam adhibentur.

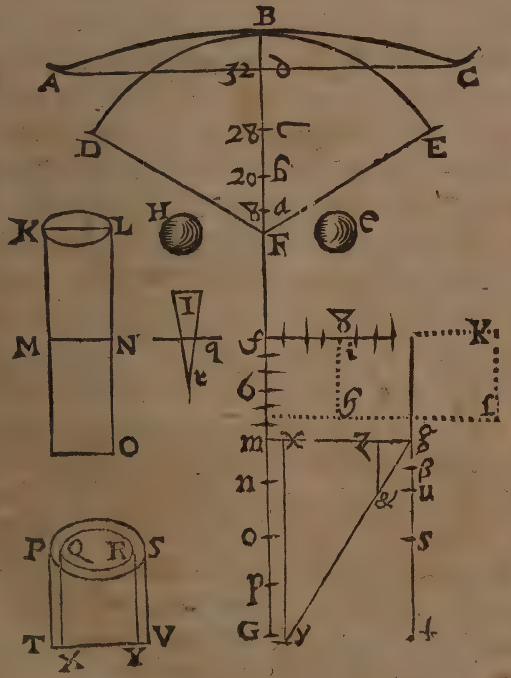
Cùm autem ex obſeruatione conſtet ſagittam perpendiculariter in terram vnius aut alterius pedis interuallo emiſſam duplò ferè profundiùs ingredi, quàm vbi ex iactu verticali in eandem terram recidit, certum eſt minori velocitate deſcendendo terram percutere: quod primò confirmatur ex hoc effectu; ſecundò quòd vix oculo ſagittæ diſceſſus à neruo deprehendatur, cùm longè faciliùs caſus ſagittæ eo momento quo ad terram appellit, notari ſoleat; quanquam reſpondere poſſis id contingere, quòd oculus ab ipſo iactus vertice ſagittam intuens eam vſque ad terram comitetur, & ſenſim illi videndæ aſſueſcat, cùm in diſceſſu nil præceſſerit quod eum iuuet: tertiò igitur

tur ex diuturniori tempore probatur quod in descensu, quàm in ascensu consumit, quandoquidem tempus exscensus est ferè duplum temporis ascensus; hinc ferè duplò tardiùs percutit. Vnde percussio tantò maior, seu fortior esse videtur, quo motus percutientis velocior fuerit; qua de re postea fusiùs vbi quæretur cur velociùs ascendat sagitta, quàm descendat.

PROPOSITIO XI.

Velocitatis gradus, quibus chorda varias sui scapi partes percurrit, inuestigare.

PLacet hîc subtilissimi Philosophi & Geometræ sententiam explicare, vt appareat in quo sui recursus puncto neruus maiori celeritate moueatur. Nota verò varias istius figuræ partes tractatu Mechanicorũ prop. 25. explicari, vt hîc supersit examinandum quod ad arcũ, & eius neruum attinet. Sit igitur arcus A B in arcum DB E contractus, vt illius chorda C A ad astragalum F promoueatur; diuidatúrque *d* F linea (quam epitoxida, vel διώστρα appellant, cui nempe crena sagittæ imponitur; alij vocant strygem seu canaliculum) in 4 partes numeris adscriptis respondentes, de quibus iam iam acturi sumus.



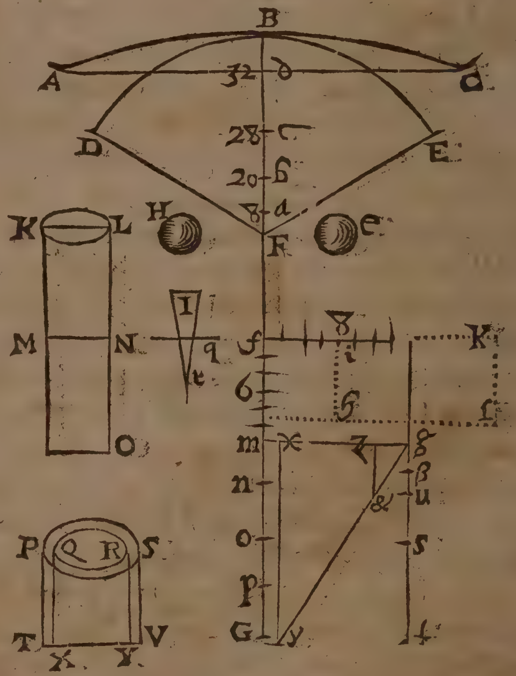
Primùm ergo quæri potest quot partes spatij F *d* neruus primo tempore, quótue secundo, tertio & quarto percurrat, cùm ab F ad *d* 4 temporibus recurrit; hoc est quanta sit puncti neruei F ad *d* redeuntis velocitas primo tempore, quantáue secundo, &c. Deinde

d

num velociùs moueatur initio, ſeu primo tempore ab F ad *a*, quam ſecundo tempore ab *a* ad *b*, &c. Si nerui recurſus ſit velocior in illis locis in quibus vis maior in illo retinendo neceſſaria eſt, certum eſt maiorem eſſe velocitatem ab F ad *a*, quàm ab *a* ad *b*, & à *b* ad *c*, quàm à *c* ad *d*, cùm neruus tanto difficiliùs adducatur, quanto fit puncto F vicinior.

Quod ſi contigerit, neceſſariò ſagitta priùs neruum DFE ponè ſe relinquit, quàm ad *b* perueniat, cùm eandem ac neruus concipiat velocitatem: qui neruus ſi tantiſper ſuam velocitatem remittat priuſquam ad punctum *b* perueniat, ſagitta neruum relinquet.

Sed experientia conſtat neruum à ſagitta non relinqui, hoc eſt ſagittam non excuti intra punctum F *a*, vel *a b*, &c. alioqui longè debilior eſſet ictus, quàm vbi ſagittam vſque ad *d* neruus comitatur.



His præmiſſis, diuiſa recurſus nerui F in *d* duratione in 4 æqualia tempora, diſcutiamus num primo tempore vnicam duntaxat partem, ſecundo tres, tertio 5, &c. iuxta numerorum imparium ordinem neruus percurrat; an potiùs primo tempore 7 ſpatia, ſecundo tempore 5 ſpatia, tertio 3; quarto denique ſpatium vnicum conficiat.

Certè ſi nerui ex *d* in F adducti recurſus ſequitur rationem velocitatis grauium deſcendentium vel aſcendentium, aliquam ex prædictis velocitatum proportionibus facilè quis admiſerit. Sed cùm minimè requiratur vis maior in lapide per vltimum, quàm per primum pedem tollendo, vis autem maior neceſſaria ſit in adducendo neruo ad F, quàm ad *a* vel *b*, &c. non eſt rationis paritas.

Omiſſis autem diuerſis ponderum & velocitatum proportionibus,

iuxta quas aliqui putant nerui tensionem vel reditum fieri: verbi gratia, cum interstitium F *d* in 60 partes ęquales diuisum intelligitur, per 7 partes à *d* versus F moueri neruum vnâ librâ tensum; deinde per 12 partes, si 2 libris, per 15 partes, si 3 libris, & per 16 si 4 libris tendatur: vel si neruus vna parte à *d* ad F accedat vna librâ tractus; 4 libris tractus, duabus partibus accedet; 9 libris tensus, tribus partibus; denique 16 tensus libris, 4 partibus ad F perueniet. Quibus addunt neruum ex 4 punctis spatium *d* F in 4 partes æquales diuidentibus redeuntem, ex prima quarta parte 7 gradibus velocitatis, ex secunda 5, ex tertia 3, & ex quarta vnico gradu velocitatis rediturum.

Priusquàm verò difficultatem propiùs vrgeamus, notandum est circa motum, id quod mouet esse diuersum ab eo quod mouetur; & quod tollit motum, ab eo diuersum esse à quo motus tollitur, atque adeo motum à primo mouentis conatu impressum cessare nunquam, vel minui, nisi per alterius corporis occurrentis resistentiam. Vnde concludunt motum corpori impressum in medio nihil penitus resistente, cum eodem celeritatis gradu quo cœpit, futurum absque fine, hoc est æternum.

Deinde cùm aliquod corpus antecedit, aliud illi contiguum æquali velocitate sequitur; quod sequitur, motum antecedentis non auget, quamuis illum conseruare possit; quandoquidem dum properat sequens non vrget æquè properans, nisi cùm medium, verbi gratia, aër, motum antecedentis retardat; tunc enim conatus insequens vim nouam superaddit, donec celeritas eoúsque augeatur, vt æqualis fiat interno impellentis conatui, cuius rei exemplum in cymba videre est, cuius velocitas ab incumbente remige repetitis ictibus semper augetur, donec ęqualis sit vi brachiorum. Sed in medio non resistente nullum mobile, cuius conatus internus eadem viâ vrget quâ ipsum mouetur, potest accelerari, quia velocitas ab initio acquisita conatui integro mouentis quod sequitur, æqualis est.

Præterea considerandum est quâ ratione accelerentur ea quæ motum suum habent à conatu interno, semper & vbique corpus mobile æqualiter vrgente, qui temporibus æqualibus moti corporis celeritatem æqualiter augeat; quo supposito spatia singulis temporibus transmissa erunt inter se vt impares numeri ab vnitate incipientes 1, 3, 5, 7, &c. vt postea demonstrabimus; vnde sequitur in motu vniformiter à quiete accelerato, velocitatem acquisitam post quoduis tempus sufficere ad mobile transmittendum tempore proximè æquali bis tantum, quantum tempore præcedenti transmissum est.

Similiter spatia transmissa quæ inuerso ordine vniformiter retar-

dantur, ſunt in eadem ac impares numeri ratione, videlicet vt 7, 5, 3, 1: Si enim primo tempore pertranſeat mobile 7 ſpatia, ita decreſcente velocitate vt in fine primi temporis tantum amittat velocitatis quantum ſuffeciſſet ad ipſum promouendum ſpatium adhuc vnum, proximo tempore ſex tantummodo ſpatia percurret. Quòd ſi hoc ſecundo tempore tantundem remittit, vt ſupponitur, percurret tantummodo 5 ſpatia; diminutáque inſuper ibi velocitate, tertiò tempore, etiamſi non ampliùs minuatur, tranſibit ſolùm 4: igitur decremento ſuppoſito, vt antea, tertio tempore ſola 3 ſpatia conficiet, & ita debilitatum perueniet ad finem tertij illius ſpatij, vt quarto tempore duo tantùm ſpatia ſit, illâ conſeruata velocitate, confecturum; ſed iterum pro tempore quarto diminutâ, ſpatium vnicum conficiet.

Cùm autem conatus internus laminæ chalybeæ, vel cuiuſuis arcus non ſemper æqualiter vrgeat, illi nequit applicari prædicta ratio numerorum imparium, dum enim neruus tenditur, tantò minus reſiſtit, quantò propior eſt puncto *d* in figura præcedente; maximéque reſiſtit in puncto F. Sed eadem vi mouetur neruus dum redit, quâ reſiſtit dum tenditur, quapropter conatus ille internus laminæ, vel arcus ſemper eò minus vrget quò magè relaxatur; adeout (licet velocitas reditus ſemper augeatur) incrementa velocitatis in reditu ſemper minora ſint.

Itaque ſi velocitatis incrementa ſupponantur vniformiter inter redeundum decreſcere, 4 ſpatia redituum arcus rationem iſtorum numerorum 7, 5, 3, 1 ſequentur. Si verò ſpatium reditus *d* F diuidatur in 88 partes æquales, vt tempus in quo redit arcus in 4 æqualia tempora, in primo tempore neruus percurret 8 ſpatia, in ſecundo 20, in tertio 28, & in quarto 32, ex hypotheſi quòd decrementa incrementorum velocitatis æqualia ſint æqualibus temporibus.

Diuiſâ ſiquidem rectâ *d* F in 88 partes æquales, quando neruus recurrens peruenit ad punctum octauum, numeretur tempus primum iam perfectum: cúmque velocitatis incrementa non acquirantur æqualia temporibus æqualibus, ſed ſemper minora fiant, vniformiter decreſcẽdo, non duplicabitur velocitas acquiſita in octauo puncto, vt proximo tempore ſpatia bis octo conficere poſſit, ſed erit velocitatis incrementum vt 7 tantùm, quare ſecundo tempore perueniet mobile illâ ſola celeritate ad punctum (vltra octauum) decimumquintum. Sed quia ſecundo tempore incrementum debet eſſe vt 5, ſecundo tẽpore vlteriùs ad 5 puncta, hoc eſt ad 20 punctum pertinget, in quo præterea velocitas erit acquiſita ſufficiens ad neruum, & arcum promouendum per 5 puncta. Quapropter velocitate quæ eſt in fine ſe-

cundi temporis percurret tertio tempore puncta 25, recipiétque velocitatis incrementum pro 3 punctis, & tertio tempore 28 puncta à *b* ad *c* conficiet, vbi velocitatis incrementum habebit vt tria: quamobrem in quarto tempore promouebitur absque augmento velocitatis per puncta 31; sed auctum velocitate ad vnum insuper punctum, faciet quarto tempore puncta 32: atqui 8, 20, 28, & 32, summam 88 conficiunt, in quæ diuiditur spatium *d* F, per quod fit nerui recursus. Quæ omnia meliùs ex dicendis intelligentur.

COROLLARIVM.

De varijs reditus nerui velocitatibus.

CVm non sit semper idem incrementum, sed velocitas continuò decrescat ea ratione in qua sunt numeri impares 7, 5, 3, 1, vt in arcus reditu fieri supponitur, ostendit doctissimus Hobbus diuiso tempore motus in 4 partes æquales, spatia transmissa in singulis partibus inter se futura in ratione numerorum 2, 5, 7, 8; vel 8, 20, 28, 32. Redeat enim neruus tensi arcus per spatia quælibet æqualia 8: huiúsque reditus tempus sit primum ex 4 temporibus æqualibus, quo reditus integer peragitur: augeatur autem velocitas eius dum redit, non vt possit proximo tempore duplicare illa spatia, sed itaut possit absque augmento in secundo tempore transire spatia, non 8 & 8, sed 8 & 7, id est 15 spatia. Habet igitur neruus à vi impressa primo tempore, vt possit procedere secundo tempore 15 spatia actu, sine augmento velocitatis: sed ab impressa vi, proprio tempore, diminuto sicut priùs, incremento, vt possit 5 actu procedere, habeátque potentiam ad 5 altera in tempore tertio; quare secundo tempore per 20 spatia actu procedet, cum potentia ad 5 ampliùs.

Perget igitur sine augmento, tertio tempore per spatia 25 actu, additóq; incremento diminuto habebit à proprio tempore vt præterea possit transire spatia 3 actu, cum potentia ad 3 alia. Neruus igitur tempore tertio transit 28 spatia actu, habétque potentiam ad tria ampliùs, tempore quarto; quo, propter tempus tertium, progredietur sine augmento velocitatis per spatia actu 31: quibus vno addito propter incrementum, transit quarto tempore per spatia 32, adeout spatia à neruo tensi arcus transmissa singulis temporibus æqualibus sint vt numeri, 2, 5, 7, 8. Quæ omnia rectè in sequentem synopsim rediguntur.

Primum tempus.

Spatia 8 actu, potentia 7.

Secundum tempus.

Spatia accepta à primo tempore 15 actu, à proprio tempore 5 actu, 5 potentiâ.

Tertium tempus.

Spatia accepta à secundo tempore 25 actu, à proprio, 3 actu, 3 potentiâ.

Quartum tempus.

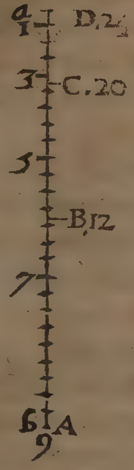
Spatia accepta à tertio tempore, 31 actu, à proprio, vnum actu, vnum potentiâ.

PROPOSITIO XII.

An sagitta perpendiculariter horizonti, seu verticaliter excussa eadem velocitate descendat, qua ex quiete descenderet; & quodnam sit incrementum velocitatis grauium ex alto cadentium, inuestigare.

SVnt qui credant corpus graue in altum emissum, verbi gratia sagittam ex puncto *b* ad *a* missam, non eodem modo recidere ab *a* ad *b*, quo caderet, si ex quiete præcedente sine ascensu præcedenti ex *a* in *b* descenderet; quorum sententia confirmari videtur ex sagittarum arcubus excussarum descensu; constat enim experientia sagittam ex *b* in *a* missam velociùs ascendere, quàm descendat, quandoquidem multoties obseruauimus sagittam, quæ ab *a* ad *b*, 5 secundis minutis descendit, ab eodem *b* ad *a* tribus secundis ascendere; vt in hac figura cernitur, in cuius sinistra parte descensus, in dextra verò notatur ascensus; in quo tria duntaxat secunda durante superest discutiendum, qua ratione velocitas minuatur, an iuxta progressionem Arithmeticam, qualis est numerorum 12, 20 & 24, seu 3, 2, 1: hoc est num primo tempore sagitta percurrat spatium A B, quod est pars tocius lineæ D A dimidia, in duodecim partes æquales diuisa; secun-

do tempore 8 ſpatia inter B & C intercepta; tertio tempore 4 quæ ſuperſunt à C ad D interualla. An potiùs iuxta numeros impares, vt lineam A D, quæ in partes nouem æquales diuiſa ſupponatur, ita percurrat vt primo tempore 5 partes, ſecundo tres, tertio denique vnicam conficiat.



Porrò mihi certum videtur ſagittam eodem modo, eodémque velocitatis incremento deſcendere, poſtquam ab arcu miſſa eſt, ac ſi ex quiete centum annorum ex *a* in *b* deſcenderet, quid enim ampliùs de motus antecedentis impreſſione retinet, quàm vbi quis à *b* ad *a*, ſcalæ beneficio, ſagittam manu tuliſſet, vt in *a* ſibi relicta recideret? cùm enim incipit cadere nil impetus præteriti retinet, quod ſimiliter à manu ferente non habeat. Deinde globus 4 librarum è bombarda ſemipedali, quam *mortarium* appellant, excuſſus, & ad centum propedum hexapedas verticaliter aſcendens, æquali tempore deſcendit, quo prius aſcenderat, vt diuerſis vicibus obſeruauimus, adeout ſit alia cauſa deinceps inueſtiganda, ob quam ſagittæ tardiùs deſcendant quàm aſcendant, cùm idem in globis plumbeis, vel ferreis non potuerimus obſeruare: ex quibus proinde maxima difficultas naſcitur, videlicet cur globuli deſcendentis percuſſio minor ſit quàm aſcendentis, qua de re poſtea dicendum erit.

Quod ad velocitatis incrementum attinet, quo grauia deſcendunt, licet de eo fuſiſſimè noſtris in Harmonicis tam Latinè quàm Gallicè ſcriptis egerimus, hîc tamen paucis ſequentia retexere oportuit, ne qui libris illis cauerint minus benè intelligant quæ vel iam allata ſunt, aut deinceps proferentur; cúmque proprijs obſeruationibus inſiſtam, conſtat experientiâ centies repetitâ corpora grauia, qualis eſt globus plumbeus, aureus, lapideus & ligneus, quibus experti ſumus, hanc in ſui caſus velocitate proportionem obſeruare, vt cùm primo ſecundo globus ab A ad 1, hoc eſt à quiete in A primum interuallum percurrit, ſequente tempore ſecundo tria ſpatia percurſurus ſit ab 1 ad 3: tertio tempore quinque ſpatia à 3 ad 5, quarto tempore 7 ſpatia à 5 ad 7; atque adeo confecturus ſit totum ſpatium A B 4 temporibus, & ita de reliquis. Quod fieri nequit, niſi ſpatia fuerint in ratione temporum duplicata, ſiue quod idem eſt, vt quadrata temporum; quæ quidem quadrata id habent commodi quòd dicto citiùs

innoteſcat quot ſpatia percurrit graue, cùm tempus quo deſcendit agnoſcitur. Exempli gratia ceciderit graue motu perpendiculari ſpatio nouem ſecundorum, quadratum nouenarij, hoc eſt 81, totidem ſpatia percurſa ſignificabit; quod vt experimentis reſpondeat, ſit A 1 tripedale ſpatium, quod graue incipiens ab A quiete moueri tempore dimidij ſecundi, ſiue 30 tertijs, conficit; ſi graue motum ſuum continuet, 4 æqualibus temporibus, hoc eſt 2 ſecundis, quia medietate ſecunda minuti ſecundi, id eſt ſecundo tempore 9 pedes, tertio 15, & quarto 21 pedes tranſcurret. Facilior operatio quæ duodecim pedes primo ſpatio adſcribit, quos ſecundum minutum habet pro menſura temporis: primo namque ſecundo grauia cadunt ex altitudine 12 pedum; ſecundis duobus ex 48 pedibus, tribus ſecundis ex 108 pedibus, & 4 ſecundis ex 192 pedum altitudine, &c.

Quanquam aër etiam grauiſſimis corporibus, velocitatis illius aliquid in progreſſu detrahit, quod in corporibus minus grauibus in primis hexapedis deprehenditur, cùm medulla ſambuci, tametſi rotunda, quinque ſecunda in 48 pedibus percurrendis inſumat, quæ plumbum & lignum duobus ſecundis percurrit; fortéque lignum ſagittarum cum pennis ſatis leue eſt vt 5 ſecundis tantumdem duntaxat efficiat itineris deſcendendo, quantum 4, verbi gratia, ſecundis globus plumbeus percurreret. Quæ vt perfectiùs intelligantur, alia penitus addenda, quibus demonſtretur eam eſſe velocitatem grauium in quolibet puncto ſpatij ad quod perueniunt, vt ſi abſque nouo augmento deinceps eadem velocitate pergant, ſpatium præteriti ſpatij duplum æquali tempore confectura ſint; poſtquam inuenta fuerit ratio propter quam ſagittæ minus celeriter deſcendant quàm aſcendant.

COROLLARIVM.

Cognito tempore caſus grauis cuiuſlibet, ſpatium ex quo cecidit, innoteſcit, dummodo quod aëris detraxit reſiſtentia ſubducatur, quadratum enim temporis dabit menſurarum numerum à graui decurſarum; quæ menſuræ ſingulæ tripedales erunt, ſi tempora numerentur in dimidijs ſecundis; duodecupedales ſi in ſecundis; 7200 hexapedarum leucæ, ſi in minutis; 3600 huiuſcemodi leucæ, ſi in horis, & ita deinceps.

Eodémque modo cognoſcetur tempus quo graue ceciderit, ſi ſpatium vnde cecidit notum fuerit: verbi gratia ſi fuerint ſpatia 25, ſingula 12 pedum, radix 5 docebit tempus 5 ſecundorum; ſi 3600 ſpatia percurſa ſint, radix 60 dabit minutum, & ita deinceps.

PROPO-

PROPOSITIO XIII.

Quam ob causam sagittæ minus temporis in ascensu, quàm in descensu perpendiculari consumant inuestigare.

EX obseruationibus constat sagittam quinquaginta, vel plures hexapedas verticaliter ascendentem plus in descendendo, quàm in ascendendo temporis insumere, cuius videlicet ascensus trium secundorum, descensus vero quinque secundorum spatio conficitur: idémque de glandibus ad eandem altitudinem pertingentibus concludendum esse videtur.

Huiusce Phænomeni rationem ex eo petendam arbitror, quòd grauium, putà sagittæ, vel glandis, descensus, non possit tantam, ac excussio sagittæ vel glandis, velocitatem acquirere; alioquin non video cur descendendo non eadem velocitate terram, ac ascendendo corpus durum occurrens percuteret, vti contingeret si gradibus ijsdem, quibus glandis ascendentis velocitas remittitur, descendentis velocitas intenderetur: cùm tamen experientia constet longè minori velocitate grauia in vltimo sui descensus, quàm in primo suæ ascensionis momento affici: quandoquidem minori vi percutiunt descendendo, vt quispiam experietur in sagitta in proximam terram ex arcu immissa, in quam longè profundiùs, quàm descendens ingreditur.

Quòd autem non possit tantam acquirere descendendo velocitatem, probatur ex eo quòd reuera velocitatem illam, cùm terram attingit, iam obtinuisset, cùm gradus exscensus videantur opponi gradibus ascensus. Explosæ ergo sagittæ, vel glandis velocitas maior est initio, quàm vt illam descensus possit assequi, quæ cùm satis remissa est, vt grauium velocitatem minimè superet, ascensio reliqua constat ijsdem ferè gradibus reciprocè sumptis, quibus ipse descensus: cùm enim sagitta descendit, suam semper auget velocitatem, donec locus occurrat maioris velocitatis, quâ iaculum ascendebat, quámque deinceps assequi non potest: Exempli gratia, telum tria secunda in ascensu consumens, primas 25 hexapedas, tanta velocitate percurrat, vt nullus grauium casus eam assequatur, & 25 reliquas ita percurrat, vt primam ea velocitate conficiat, quæ sit summa velocitas à grauibus cadentibus acquirenda; ad hunc vsque locum descen-

dens per eosdem ferè velocitatis gradus suum motum augebit, deinceps verò non augebit, maiúsque propterea ex eo loco tempus in exscensu impendet, quam in ascensu consumpsisset.

Vnde concludendum eò maiorem fore temporis, quo corpus ascendit, ab eo quo descendit tempore, differentiam, quò maior erit ascensus: si enim semel, verbi gratia, hexapedarum 25 altitudo maxima statuatur in qua percurrenda suam grauia velocitatem augeant, licet glans ad leucæ pertingere possit altitudinem non plures tamen recidens, & suam augens velocitatem, quàm 25 percurret hexapedas, atque adeò in reliquis 2475 conficiendis longè maius temporis spatium impendet, quàm hucúsque ascendendo insumpsisset.

Quod ex obseruatione robustioris arcus confirmatur, ex quo cùm telum spatio 4 secundorum altiùs ascendat, in descensu septem secunda insumit. Híncque futurum arbitror tempus exscensus verticalis eò maiorem rationem ad tempus ascensus habiturum, quo hic altior fuerit; hoc est, cùm iam in telo centum propè propter hexapedas ascendente maior sit ratio temporis exscensus 7 secundorum ad tempus ascensus 4 secundorum, quàm 5 ad 3 ratione temporum ascensus & descensus teli ad 50 hexapedas ascendentis, & inde descendentis; vbi non telum arcu, sed glans tormentis explodetur, cuius tempus in ascensu & descensu sit 24 secundorum, fortè tempus descensus non solùm duplum, quale est ferè in sagittis emissis, sed etiam triplum temporis ascensus futurum est, quod experientia docere poterit in ferreis 33 librarum globis, quos maioribus tormentis explodunt; longéque faciliùs in illis 200 librarum bombis quas mortaria vomunt, si enim ad 1200 passuum altitudinem verticalem perueniant, facilè videbuntur per aërem cum ascendentes, tum descendentes, vt ascensus & exscensus duratione simul conferantur, & ex istis obseruationibus canon aliquis pro temporum illorum ratione condatur.

MONITVM.

De Catapulta semipedali.

ACcuratè distinguendum inter missilia verticaliter proiecta, constat enim ex obseruationibus exactioribus, pedalis catapultæ, quam *mortier* appellamus, globum ferreum trium librarum pondo tantundem in ascendendo, quàm in exscendendo temporis insumere, sex enim secundis ascendit, totidémque descendit; vnde cla-

rum est sagittarum descensum longè tardiorem esse, & punctum illud, in quo non ampliùs seruant eandem accelerationis in descensu rationem, longè citius illis occurrere, quàm globo catapultario; qui 72 hexapedas tam ascendendo quàm descendendo percurrit, si penitus eadem ratione descensus velocitas augeatur, quâ dum ex 20 hexapedis descendit, quarum certam experientiam habeo.

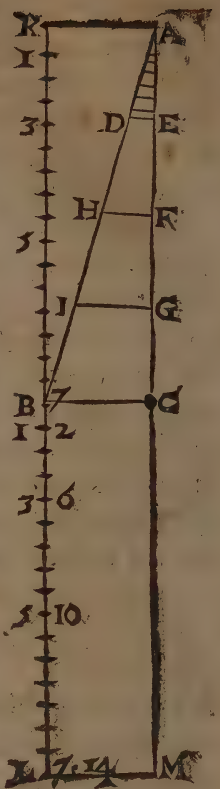
Porrò cùm puluere purgatiore oneratur, 7 secunda in ascensu, totidémque in exscensu consumit, atque adeo 98 hexapedas ascendit: cúmque priore puluere satis purgato, qualis est quem vulgo pistoletis, seu minoribus catapultis adhibent, ad 48 gradus eleuationis illa catapulta ferè 180 hexapedas percurrat, iactus medius est plusquàm duplus verticalis; vnde possis argumentum ducere aërem globo verticaliter ascendenti incumbentem magis officere, hoc est plus ei de motu demere, quàm globo ad 45 gradus eleuationis exploso, quandoquidem hic iactus solummodo duplus esse debeat verticalis in medio nil impediente, vt postea demonstrabitur.

PROPOSITIO XIV.

Velocitas qua graue descendit à quiete, motu vniformiter accelerato, post quoduis tempus sufficit vt tempore proximo æquali sequente bis tantum descendat quantum præcedente tempore descenderat.

SInt in sequente figura KCAB tempora descensus in latere AC, videlicet AE, EF, FG, & GC, æqualia, & velocitates repræsententur à lineis transuersis DE, HF, IG, BC, & omnibus interpositis: & A mobile quiescens in A, incipiat moueri versus C suam augendo velocitatem iuxta lineas parallelas prædictas, quæ cùm intelligi debeant absque numero, gradus velocitatis etiam infiniti supponentur.

Sit igitur quodlibet tempus AE, cuius initio graue A descendere incipiat, quod in E instanti hanc habeat velocitatem, quâ possit dato quocúmque tempore per quodcúmque spatium datum DE descendere, habebit in instanti F velocitatem quâ possit eodem, vel æquali tempore per HF spatium descendere, & in G instanti, per spatium IG, & in instanti C per spatium BC. Quapropter in quolibet instanti velocitatem habebit qua possit eodem tempore per spatium lineæ alicuius ductæ in triangulo ABC, basi BC parallelæ descendere.

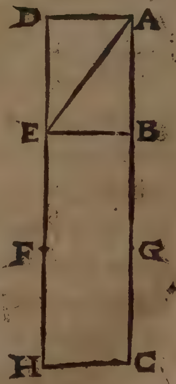


Spatium igitur per quod deſcendet A in tempore A C, erit æquale lineis omnibus ſimul ſumptis quæ fieri poſſunt parallelæ B C à puncto A vſque ad B C, hoc eſt areæ trianguli A B C.

Sit verò tempus C M æquale tempori A C, fiátque parallelogrammum B C L M: habebit A in inſtanti C velocitatem deſcendendi per ſpatium æquale lineæ B C; ſimilitérque in omni inſtante temporis C M; ſpatium igitur per quod deſcendet graue A in toto tempore C M, ſine velocitatis augmento, erit æquale omnibus rectis lineis ſimul ſumptis quæ duci poſſunt parallelæ inter B C & L M, hoc eſt totius parallelogrammi B M areæ: ſed hæc area dupla eſt areæ trianguli A B C, ſpatium igitur per quod A graue deſcendet ſecundo tempore C M abſque velocitatis incremento, duplum erit ſpatij per quod idem A primo tempore A C deſcendit cum incremento.

Quòd autem in hoc motu vniformiter à quiete accelerato velocitas acquiſita poſt quoduis tempus ſufficiat ad grauis tranſmiſſionem tempore proximo æquali bis tantum quantum tempore præcedenti tranſmiſſum eſt, iterum ſequente modo, qui cum præcedente congruit, declaratur.

Quouis tempore A B ſit tranſmiſſum ſpatium A B velocitate vniformiter creſcente à quiete in puncto A, à quo velocitas creuerit eo modo quo latitudo trianguli A E B creſcit, dum acquiritur latitudo B E, quæ ſit velocitas acquiſita in tempore A B.



Perficiatur parallelogrammum A B D E, clarum eſt potentiam rectæ B E duplam eſſe potentiæ creſcentis ab A puncto ad B E lineam, cùm ſit parallelogrammum A B D E potentia rectæ B E; & triangulum A E B potentia creſcens ab A ad B E, atqui parallelogrammum trianguli duplum eſt.

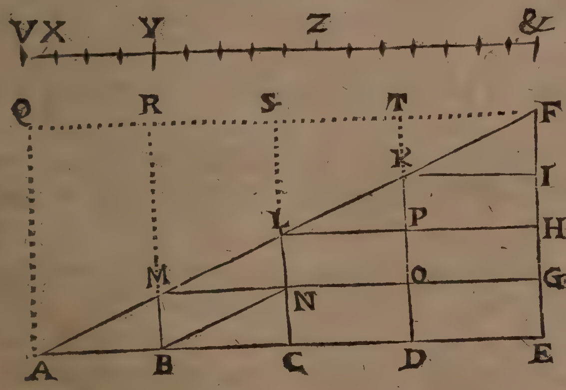
Cùm igitur velocitas ſit potentia mobilis ad ſpatium tranſmittendum, dupla eſt velocitas iam acquiſita, & per B E repræſentata, velocitatis creſcentis à quiete in A. Si ſumatur ergo B C duplum A B, quo tempore fiet à creſcente velocitate A B recta, æquali tempore à velocitate aucta.

percurretur recta B C. Vnde sequitur transmissa spatia à mobili vniformiter accelerato temporibus æqualibus esse inter se in numerorum imparium ratione, de quibus antea dictum est.

Supponatur enim in prima figura prop. istius, primo tempore transmissum spatium quodcúmque K I; acquisita velocitas in I sufficiet ad mobile promouendum in tempore secundo bis, tantundem, licet velocitas non ampliùs augeatur: Si ergo semper æquali tempore æqualiter augeatur, erit addenda velocitas, non modò quæ sufficit ad mobile vlteriùs bis tantundem promouendum, sed etiam ad illius velocitatem vno gradu augendam; quare secundo tempore descendet ab 1 ad 3, quandoquidem addendum est in quolibet tempore quod primo factum est.

Qua ratione mobile in puncto 3 velocius erit vno gradu quàm fuisset absque velocitatis incremento: deinde à 3 ad 5 quinque spatia, non solùm 4 percurret, quia gradus ille primus à K ad 1 comparatus semper additur, generátque in mobili potentiam vnius spatij percurrendi, & acquirendi gradum vnius velocitatis.

Quod cùm in præsenti tractatu, & in aliis magni sit momenti, rursus explicatur in rectangulo triangulo A E F; cuius cathetus E F in 4 partes æquales in punctis G H I diuidatur; ducantúrque catheto F E parallelæ B M, L C, & D K, quibus area trianguli in partes inæquales diuidatur, sicut tempus ab A E recta significatum in 4 partes æquales, sumatúrq; A B M triangulum primo tempore A B transmissum pro

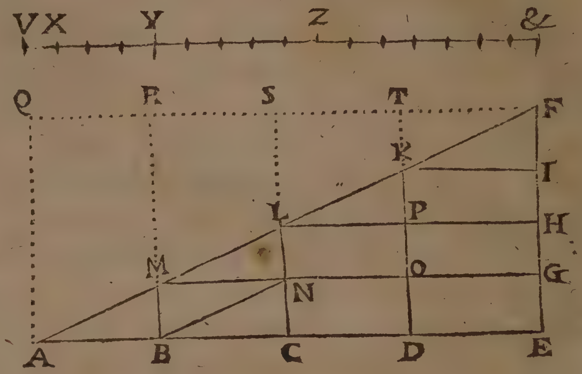


1: trapezium B M L C secundo tempore B C percurritur, éstque 3: quemadmodum sequens trapezium L C K D tertio tempore C D generatur. Denique quartum trapezium D K F E quarto tempore D E 7 producit: quibus alia quotcúmque trapezia superaddere possis, quæ numeris 9, 11, 13, &c. respondeant.

Quæ spatia transmissa linea quoque V & refert, cùm enim mobile primo tempore conficit V X spatium, secundo tempore percurrit X Y triplum præcedentis; tertio Y Z 5. quarto Z & 7; cúmque peruen-

nit ad &, vel F E, nec ampliùs ſuam auget velocitatem, eam potentiam acquiſiuit qua tempore æquali A E, parallelogrammum Q A F E compleat.

Itaque ſi creſcit velocitas in tempore A E vt creſcit tempus, hoc eſt vt creſcit ipſum A E, ſitque quies in A, erit acquiſita velocitas vt F E; & velocitas in C L, quæ dimidia eſt velocitatis in E F, ſpatium percurret eodem tempore A E, æquale ſpatio quod fit à velocitate creſcente à quiete in A, vſque ad maximā velocitatem in F E.



Idémque continget ſi decreſcat velocitas eadem ratione qua decreſcit tempus futuri motus. Ex quibus omnibus ratio elicitur ob quam ſpatia tranſmiſſa ſint in ratione duplicata temporum, de quibus iterum inferiùs.

PROPOSITIO XV.

Grauium cadentium velocitatem in ratione duplicata temporum augeri probatur ex pendulis circulariter motis, ipſorúmque pendulorum multifarius vſus explicatur.

SIt in hac figura perpendiculariter ad horizontem erecta funis, vel filum cuiuslibet longitudinis A B, cui globus plumbeus cuiuſuis ponderis B appendatur, dummodo fili pondus excedat; ſitque pendulum breuius A P, cui etiam globus plumbeus appenſus intelligatur. Certum eſt filo A B tranſlato in A C, globum in C relictum ad punctum B per circumferentiæ quadrantem C E G B reuerſurum, cogitur enim à filo A C, à quo ſi liber eſſet in C, rectà caderet in M, vt citiùs & per breuiſſimam lineam ad centrum grauium perueniret, vel toti ſuo vniretur, ſiue propria virtute properet illuc, ſiue trahatur

magneticè, vel electricè, siue pellatur à vibrantibus spiritibus interioribus, aut ab aliquo torrente materiæ cuiusdam subtilissimæ premantur & impellantur.

Certum est secundò filum à puncto C ad B cadens temporis insumere tantundem in illo casu, quantum insumit in ascensu à B ad D per circumferentiam B H F D. sit enim filum A B 12 pedum, docet experientia globum B tractum ad C, inde ad B spatio secundi minuti recidere, & alterius secundi spatio à B versus D ascendere. Si verò A B trium pedum fuerit, hoc est præcedentis subquadruplum, spatio dimidij secundi à C descendet ad B, & æquali tempore à B ad D vel S perueniet; ad D, si filum & aër nullum afferant impedimentum, cùm impetus ex casu C in B impressus sufficiat ad promouendum globum pendulum ad D punctum.

Globus igitur spatio secundi percurret dimidiam circumferentiam C B D, & æquali tempore à D per B versus C recurret; donec hinc inde vibratus tandem in puncto B quiescat, siue ob aëris & fili resistentiam vnicuique cursui & recursui aliquid detrahentem, siue ob ipsius impetus naturam, quæ sensim minuatur, qua de re postea.

Nota verò globum plumbeum vnius vnciæ filo tripedali appensum, non priùs quiescere postquam ex puncto C moueri cœpit, quàm trecenties sexagies per illam semicircumferentiam ierit; cuius postremæ vibrationes à B ad V sunt adeo insensibiles, vt illis nullus ad obseruationes vti debeat, sed alijs maioribus, quales sunt ab F, vel ab H ad B.

Vbi quæstione dignum, quanta sit pars arcus V B, quam vltima globi vibratio percurrit, hoc est quanta sit linea per quam ad quietem peruenit, an centesima, vel millesima diametri globi, vel fili moti A B, & num per æqualem partem tam longiora quàm breuiora fila suam quietem consequantur. Certè cùm globus in punctum G tractus & tripedali filo alligatus, versus H, & ex H versus G per horæ quadrantem, seu 900 secunda vibretur; partem vltimam, per quam suæ quieti restituitur in B, admodum paruam esse necesse est: quanquam nulla pars vltima assignari posse videatur, qua non detur minor, si per infinitos tarditatis gradus quies acquiratur, vt ex quiete per infinitos tarditatis gradus ad quemuis datum velocitatis gradum peruenitur.

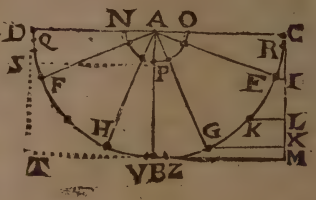
Certum est tertiò filum A P fili A B subquadruplum vibrationes

ſuas habere celeriores vibrationibus fili B A; eſſéque filum A B ad filum P A in ratione duplicata temporum quibus illorum vibrationes perficiuntur, atque adeo tempora habere ſe ad filorum longitudines vt radices ad quadrata; quapropter ipſæ vibrationes ſunt in eadem ac tempora ratione.

Exempli gratia tempus quo filum A B ſemel vibratur, duplum eſt temporis quo filum A P ſemel vibratur: vnde fit vt O P N percurrat eodem tempore quo B percurrit C B, & P ab O ad N currat & ab N ad O recurrat eodem tempore quo B mouetur à C ad D.

Cuius rei obſeruatio tam facilis eſt, & vnicuíque obuia, vt qui negauerit iſtam proportionem ob neglectum, quo vincatur, experimentum, perinde negare poſſit duo grauia, quorum vnum plumbeum, aliud ligneum fuerit decuplò leuius, ab altitudine 12 pedum eodem tempore cadere, iuxta quamcúmque obſeruationem vt vt repetitam.

Certum eſt quartò, illam duplicationis rationem inter circumferentiam C B D, & O P H, & inter filum B A & P A ſeruari, quòd in linea perpendiculari C M, vel D T ſeruetur, vt enim graue, cùm à puncto D ad S vno tempore deſcendit, D T ſpatium præcedentis quadruplum duplo tempore percurrit, ita globus plumbeus, P cùm vno tempore ab O ad P deſcendit, globus B à C puncto ad B duplo tempore cadit: nam impetum acquiſiuit in puncto B totius perpendicularis C M.



Quintò certum eſt globum B ex C per quadrantem C B deſcendentem eò magis à perpendiculari C M deflectere quò magis accedit ad B, vt ex lineis E I, K L & B M videre eſt; ſemper tamen velociùs moueri, donec in B maximam velocitatem acquiſierit, quæ ſemper etiam antequam globus ad V perueniat, minuitur, & tandem in puncto D, vel S, vel alio quóuis, vltra quod non aſcendit, penitus extinguitur; licet aliqui credant globum aliquid motus, vel impetus præcedentis retinere, quod globi grauitas pedetentim vincat & expellat, donec globus ad B redeat, in quo perit antiquus impetus, vel potiùs redintegratur, vt iterum globus ad R, vel E aſcendat.

Hinc autem oritur maxima difficultas, num iiſdem gradibus minuatur velocitas globi ex B verſus D aſcendentis, quibus augetur velocitas eiuſdem à C ad B deſcendentis; idémque dicendum de globo ex D per perpendicularem D T cadente ſuper planum perfectè durum & politum, cùm in reflexione à T ad D per eoſdem gradus velocitatis & tarditatis

tarditatis transeat per quos ceciderat, & consequenter num eodem tempore motu violento ascendat quo motu naturali descendit.

Quæ vix obseruari possunt nisi duos inter alicuius turris vel alterius ædificij muros admodum altos, verbi gratia 20 aut 30 hexapedarum & tantundem inter se dissitos, quos inter pendula 20 aut 30 hexapedas longa sint, vt cum globis pendulorum exscendentibus alij globi pendulorum æqualium manu ad eandem altitudinem perlatorum sibi relicti eodem momento cadere incipiant; qui si priùs quàm alij globi ceciderint, impetus quo hi ascenderant nondum extinctus fuerat. Si verò æque velociter descenderint, extinctus erat. Quod etiam grauibus in altum perpendiculariter missis, verbi gratia nostris sagittis potest accommodari, quæ cùm ad datam altitudinem peruenerint, eodem tempore recidere debent quo aliæ sagittæ ex eadem altitudine sibi relictæ.

Omitto plana inclinatissima, super quæ si globi politissimi cadant, & in auersa similia plana per impetum casu acquisitum ascendant, multa notari poterunt ad rationem velocitatum attinentia. Sunt & alia pleráque quibus ad obseruationes quispiam vti poterit.

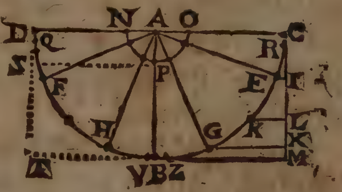
Sextò, filum tripedale potest alicui iustò videri longius ad secundum minutum qualibet vibratione notandum, cùm enim in linea perpendiculari A B graue cadens citiùs ad punctum B perueniat, quam vbi ex C vel D per circumferentiæ quadrantem mouetur, quandoquidem A B linea breuissimè ducit ad centrum grauium, & tamen ex obseruationibus grauia cadentia tripedale duntaxat interuallum ab A ad B semisecundo, & 12 pedes secundo conficiant, illud filum tripedali minus esse debere videtur: Iamque lib. 2. de causis sonorum, corollario 3. prop. 27. monueram eo tempore quo pendulum descendit ab A, vel C ad B per C G B, posita perpendiculari A B 7 partium, graue per planum horizonti perpendiculare partes vndecim descendere.

Quod quidem difficultatem insignem continet, cùm vtrúmque multis obseruationibus comprobatum fuerit, nempe grauia perpendiculari motu duodecim solummodo pedes spatio secundi, globum etiam circumferentiæ quadrantem, cuius radius tripedalis, à D ad B semisecundo percurrere; quæ fieri tamen nequeunt nisi globus à C ad B per circumferentiæ quadrantem descendat eodem tempore quo globus æqualis per A B: qui cùm pedes 5 perpendiculariter descendat eo tempore quo globus à C ad B peruenit, nulla mihi solutio videtur; nisi maius spatium à graui perpendiculariter cadente percurri dicatur quàm illud quod hactenus notaueram, quod cùm ab vno-

quóque poſſit obſeruari, nec vlla velim mentis anticipatione veritati præiudicare, nolui diſſimulare nodum, quem alius, ſi potis eſt, ſoluat. Vt vt ſit obſeruatio pluries iterata docet tripedale filum nongenteſies ſpatio quadrantis horæ vibrari, ac conſequenter horæ ſpatio 3600: quapropter ſi per lineam perpendicularem graue 48 pedes ſpatio 2 ſecundorum exactè percurrat, vel fatendum eſt graue æquali tempore ab eadem altitudine per circuli quadrantem, ac per ipſam perpendicularem cadere, vel aërem magis obſiſtere grauibus perpendiculariter, quàm obliquè per circumferentiæ quadrantem deſcendentibus, vel graue plures quàm 12 pedes ſecundi ſpatio, aut pluſquam 48 duobus ſecundis deſcendere, & in eo fefelliſſe obſeruationes, quòd alliſio grauium ad pauimentum aut ſolum ex audito ſono iudicata fuerit, qui cùm tempus aliquod in percurrendis 48 pedibus inſumat, quo tamen graue non ampliùs, deſcendit, augendum videtur ſpatium à grauibus perpendiculariter confectum.

Verùm ſi iuxta rationem qua tripedale fili ſpatium ſuperatur à caſu grauium, auxeris ſpatium à grauibus perpendiculariter deſcendentibus confectum, vno ſecundo 20 pedes, atque adeo 80 duobus ſecundis percurrent, quod falſum eſt, & experientiæ nimis contrarium: cúmque ſonus ſpatio ſecundi 230 hexapedas faciat, ſeu pedes 780, ſpatium 48 pedum, ſeu 8 hexapedarum ſonus nona parte ſecundi percurret, quo tempore grauia nequeunt 8 pedes conficere, quibus tamen 20 pedes 12 ſuperant; & experientiâ conſtat grauia 3 duntaxat pedes ſemiſecundo perpendiculariter à puncto quietis deſcendere.

Septimò, globus B ex C in B cadens paulò plus temporis quàm ab E, & ab E quàm à G inſumit, adeout fila duo ęqualia, quorum vnum à C, aliud à G ſuas vibrationes incipiat, quod à G incipit, 36 propemodum vibretur, dum quod à C incipit 35 duntaxat vibratur, hoc eſt vnam vibrationem lucretur quod à G cadit, à quo ſi quamlibet vibrationẽ inciperet, & aliud ſuam quamlibet à puncto C, longè citiùs illam vibrationem lucraretur.



Quantò verò breuiori tempore globus leuior, verbi gratia ſuberis, ſuas vibrationes faciat, quantóque citiùs vibrationum ſuarum periodum abſoluat, lib. 2. de cauſis ſonorum prop. 27. & alijs harmonicorum noſtrorum locis reperies.

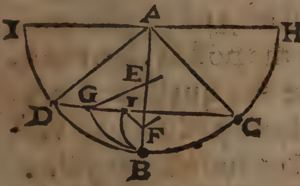
Octauò, ſingulæ fili partes inter A & B interceptæ globi B vibrationes retardant, quòd pars vnaquæque fili propriam vibrationem

poſtulet, quæ ab integri fili A B vibratione præpeditur. Exempli gratia, in puncto P contendit verſus N punctum, ad quod reuera moueretur, niſi à reliquo filo P B, & globo B impediretur.

Duplex igitur impedimentum globo B, quominus ad vſque D perueniat, ob impetum à C in B conceptum, opponitur; primum oritur à vibrationibus partium chordæ, ad diuerſas circumferentias tendentibus; ſecundum ab aëre à B ad D pellendo, vel diuidendo; quippe globo D tantundem reſiſtit, quantum impetus aëris eadem velocitate moti, & in globum B immiſſi ſemiſecundo ageret, vt alibi fuſiùs explicabitur.

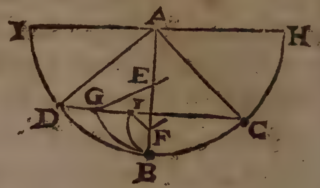
Nonò, globum initio deſcenſus à C vel D cadere per arcum D Q, vel C R, qui ferè nihil à recta perpendiculari differat: ab H verò, vel à G ad B deſcendere per arcum qui horizontali ferè plano conueniat; in nulla tamen quadrantis P Q parte velociùs ſiue cadendo, ſiue aſcendendo moueri quàm in arcu B H, vel G B, nec in vlla parte moueri tardiùs quàm in arcu C R, vel D S: globum verò B qualibet vibratione bis per omnes gradus tarditatis, biſque per omnes gradus velocitatis tranſire, tarditatis quidem, verſus D aſcendendo, & à C R deſcendendo; velocitatis autem cùm poſt deſcenſum à puncto quietis C tranſit globus per G B; quanquam illi gradus tarditatis examen ſingulare poſtulent alio poſtea loco inſtituendum.

Decimò, ſi hæc altera figura H I D B C H verticale planum intelligatur, qualis eſt paries ad horizontem erectus, ſitque pendulum A B clauo A affixum, globúſque plumbeus B erigatur in C vel D punctis, quæ lineâ D C perpendiculariter A B lineam ſecante coniungantur, & filo currenti ab A C ad A B clauus E parieti infixus circa fili medium occurrat, filum non ſequetur arcum B D, ſed B G, quòd clauus E centrum motus, vel arcus B G euaſerit. Si verò clauus alter occurrat inferiùs, verbi gratia in puncto F, vertetur filum in arcum B I, adeout globus B ſemper ad eandem D C aſcendat, à qua ex puncto C diſceſſerat, altitudinem: quod intelligendum demptis tam fili quàm aëris obſtaculis.



Porrò claui tribus digitis extra parietem eminere debent vt ſit facilius experimentum, quod oſtendit globum B in H erectum & ab H cadentem ſemel tantùm circa claui E ſcapum circumuolui, qui verſus medium penduli A B occurrit: nouies autem circa clauum F inuolui, qui ad tertiam penduli partem affigitur, circa quem magis adhuc volueretur ſi quid fili ſupereſſet, vt magna nonæ circumuolutionis velocitas teſtatur.

Quamuis autem globus B solùm vsque ad C erigatur, inuoluitur tamen circa clauum inter F & B affixum, idque ter aut quater, donec totum filum ab F ad B circumuoluatur.



Vndecimò, clauus vbilibet inter A & B infixus ad hoc vtilis est, vt tempus vibrationis ab H vel C, aut alio quouis puncto inter H & B sumpto vsque ad D vel I bisecetur, licet enim filum ob clauum occurrentem non progrediatur per arcum B D, sed per D G, vel F I, aut alium quemlibet, tempus à contactu E vel F, donec redeat globus G vel I ad B, æquale est tempori quo globus B redit à B ad C.

Cúmque diu satis vibretur filum quod clauum recursu quolibet verberat, clauus hic, siue ligneus, siue ferreus, tripedali filo B A semisecũda notabit, motus enim C B semisecundum, & illius recursus B C semisecundum aliud ostendit. Tempus verò contactus, quo filum premit clauum, collatum cum tempore excursus eiusdem fili vltra clauum, qualis est excursus B I, varias rationes induit secundum diuersas fili clauum prætereuntis longitudines: omitto alia quæ inter experiundum occurrunt.

Duodecimò, pendulorum istorum vibrationes pluribus vsibus adhiberi possunt, vt tractatu de horologio vniuersali, & harmonicorum tum Gallicorum l.2. de motibus & alijs pluribus locis, tum Latinorum etiam l.2. de causis sonorũ à prop. 26. ad 30. dictũ est, vnde possit quispiam haurire quæ hîc defuerint. Tantùm addo me postea deprehendisse fili tripedalem longitudinem sufficere, quæ sua qualibet vibratione minutum secundum notet, cùm prædictis locis pedibus $3\frac{1}{2}$ vsus fuerim: sed cùm vnusquisque debeat experiri, cum horologio minutorum secundorum exactissimo, filum quo deinceps in suis vtatur obseruationibus, non est quod hac de re pluribus moneam: adde quòd in mechanicis filum illud siue tripedale, siue pedum $3\frac{1}{2}$ satis exactè secunda repræsentet, vt experientia conuictus fateberis: hinc in soni velocitate reperienda, quæ secundo 230 hexapedas tribuit, hoc filo vsus sum, quo medici possint explorare varios singulis diebus ægrotorum, sanorúmque pulsus.

COROLLARIVM.

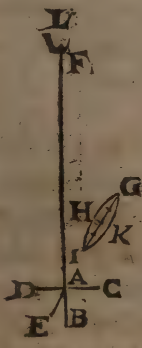
CVm dixi filum descendens vel ascendens transire per omnes gradus tarditatis, nolim id assertum existimes vti demonstratum,

ſed tantùm vt probabile, & Galilæo viſum, quandoquidem egregij Philoſophi & Geometræ negant illud, & grauia certum habere poſſunt tarditatis gradum quo incipiant moueri circa centrum, vti fieri probabile, ſi per terræ fiat attractionem lapidum & aliorum grauium, deſcenſus, aut per expulſionem, vt quemadmodum aqua expellit leuiora corpora, ita grauiora expellat aër, aut alia materia aëre ſubtilior, quæ circumactu ſuo, reuolutioneque perpetuâ lapides & id genus excutiat, aut impellat. Quod tamen non impedit quin grauia ſuam velocitatem in ratione duplicata temporum adeo proximè augeant, vt ſenſus nil contrarium in obſeruationibus deprehendat.

PROPOSITIO XVI.

Quid circa pendulum, quod aliqui vocant ſexhorarium, contingat ex obſeruationibus aperire.

SIt pendulum BF, 30 pedes, aut quantumuis longum clauo L ita confixum, vel alligatum, vt in aëre moueri poſſit in omnem partem, ſitque linea meridiana BA, D oriens, & C occidens, ſunt qui crediderint filum illud pendulum FB nunquam quieſcere, ſed quotidie bis à meridiana linea dimoueri circa E, per vnius vel alterius lineæ ſpatium, adeout illo motu plumbi in puncto B appenſi fiat 12 horarum ſpatio figura quædam elliptica, qualis eſt figura GHIK, & plumbum ex puncto meridiei G, ſex horarum ſpatio ad I, & alijs ſex horis ex I ad G redeat, & quolibet meridiei, mediæque noctis momento in puncto G duabus circiter horis quieſcere videatur, in ſpatijs verò inter G & I interiectis paulò velociùs moueatur. Quod quidem Phænomenon viris clariſſimis ita placuit vt iſtius motus varias rationes commenti ſint, crediderintque fieri motum à G in I, non per H, ſed per K, ab I verò ad G per H redire pendulum.



Porrò vix credibile quanta concluſionum vel coniecturarum ſeges ex illo credito, vel ſuppoſito Phænomeno pullularit, verbi gratia fluxum & refluxum maris pendulum impellentem, terræ centrum dimotum, longitudinum inuentionem, horologium perpetuum in partes quotlibet diuiſum, vt maxima diameter ellipſeos GI in 4 partes diui-

ditur,& alia id genus ſexcenta,quæ homines ex aliquo Phænomeno extraordinario deriuare ſolent.

Sed hærebat animus num forſan obſeruatores decepti fuiſſent ob funes intortos, vel fila ſiue channabina,ſiue bombycina, quæ, præterquàm diutiſſimè detorquentur dum ſuſpenſum plumbum in orbem agitur,omnibus aëris mutationibus ſunt obnoxia ; quapropter filo ſum vſus argenteo, per foramen chalybeum ducto, cuius obſeruatio clariſſimè docuit nullum in eo motum ſiue 6, ſiue centum horarum ſpatio fieri : manè ſiquidem in linea L B poſitus, in eadem pluribus diebus,pluribúſque teſtibus,permanſit.

Vnde concludendum quanta ſit in obſeruationibus adhibenda diligentia,priuſquam illarum rationes, & cauſæ, vel vtilitates quærantur,niſi enim de facto ſatis conſtet, quid vlteriùs inquiras? Huic autem Phænomeno falsò credito quidpiam ſimile contigiſſet in 5 nouis planetis iouialibus, quos nonnemo 4 Medicæis addebat,& iam de nouenario muſarum numero hiſce 9 planetis comparando viri docti cogitabant,niſi fœliciſſimus obſeruator, fideliſſimúſque Gaſſendus hunc errorem abſterſiſſet, epiſtola in lucem edita, quà demonſtrat ſtellas pro planetis acceptas.

PROPOSITIO XVII.

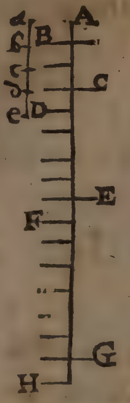
Ex dictis rationem eruere, ob quam grauium caſus ſuam auget velocitatem in ratione duplicata temporum.

SInt 4 tempora *ab*, *bc*, *cd*, & *de* æqualia, in quibus ita graue deſcendat,vt tempore *ab* ſpatium A B conficiat *ab* tempore ; igitur tempore *bc* faciet, per prop. penultimam præcedentem, bis tantum ſine augmento velocitatis, nempe B C, vt ſit B C ad A B vt 2 ad 1. Cùm autem ſupponamus augeri velocitatem corporis grauis cadentis,non minus tempore ſecundo, quàm primo, deſcendet velocitate creſcente tantum infra C, quantum eſt A B, hoc eſt ad D,itaut C D ſit æquale A B; quapropter erit totum ſpatium B D peractum tempore *bc*,ad ſpatium A B confectum tempore *ab*,vt 3 ad 1.

Cúmque velocitates ſupponantur creſcere ſecundum rationem temporum quibus acquiruntur,erit velocitas acquiſita in fine temporis *ab*,vt *ac* ad *ab*, id eſt dupla.

Deſcendet itaque graue tempore *cd*, ſiue augmento, duplum eius

ſpatij quod deſcenderat ſine augmento tempore *b c*; atqui tempore *b c* bis tantum deſcenderat quantum eſt A B, igitur tempore *c d* deſcendet quater tantum, quod ſit D E; & adiecto augmento E F quod ſit æquale ſpatio A B, erit ſpatium DF confectum tempore *c d*, ad ſpatium A B primi temporis, vt 5 ad 1.



Cùm autem velocitas acquiſita in fine tempotis *a d* ſit ad velocitatem in fine temporis *a c*, vt *a d* ad *a c*, hoc eſt vt 3 ad 2, & velocitate in fine temporis *a c* deſcenſum ſit per ſpatium quadruplum A B, hoc eſt per ſpatium D E, ſine augmento velocitatis, deſcendet graue tempore *d e* per ſpatium F G æquale, ſexies AB; addito igitur ſpatio A B deſcendet per ſpatium F H ſeptuplum ſpatij A B.

Eodémque modo demonſtrabitur idem graue deſcendere quinto tempore 9 ſpatia, ſexto 11, ſeptimo 13, & ita de reliquis; igitur graue deſcendens velocitate continuò auctâ, percurret ſpatia rationis temporum duplicata; & in temporibus æqualibus immediatè ſibi ſuccedentibus, numeros impares ſibi proximè ſuccedentes, putà 1, 3, 5, 7, &c. ipſa ſpatia illis temporibus confecta ſequentur.

Quod etiam alio modo poteſt explicari, ſi primum tempus habere dixerimus motum actu per ſpatium vnum, & potentiam ad tantumdem proximo tempore: quæ duo ſpatia actu percurruntur ſecundo tempore, & vnum præterea actu, propter tempus ſecundum, item vnum potentia: vt ſint percurſa actu ſpatia 3 ſecundo tempore, præter potentiam ad vnum tertio tempore, quo percurruntur actu, propter tempus ſecundum, 4 ſpatia, & propter ſuum tempus proprium, vnum actu, vnum potentiâ, hoc eſt 5 actu, vnum potentiâ. Eapropter quarto tempore 6 ſpatia actu, propter tempus tertium, & vnum actu, vnum potentiâ, ob tempus proprium, id eſt ſpatia percurruntur 7 actu, cum potentiâ, ad vnum ampliùs in proximo tempore, & ita deinceps, vt ſpatia tranſmiſſa temporibus æqualibus ſint inter ſe vt numeri, 1, 3, 5, 7, &c. quæ breuiter ita contrahuntur.

Primum tempus.

Spatium 1 actu, 1 potentiâ.

Secundum tempus.

Spatia accepta à primo tempore 2 actu: à proprio tempore 1 actu, 1 potentiâ.

Tertium tempus.

Spatia accepta à ſecundo tempore 4 actu : à proprio tempore, 1 actu, 1 potentiâ.

Quartum tempus.

Spatia accepta à tertio tempore, 6 actu : à proprio tempore, vnum actu, vnum potentiâ.

MONITVM PRIMVM.

CVm de grauibus cadentibus locuti ſumus, quorum motus eſt in ratione duplicata temporum quando perpendiculariter verſus centrum deſcendunt, idem intellige de grauibus ſuper planis vtcúmque inclinatis currentibus, de quibus l. 2. Harmoniæ Gallicæ: adeout in temporibus æqualibus ſemper numeros impares à principio ad vſque finem motus ſequantur, eo ſolùm diſcrimine, quòd eò tardiùs ſuper inclinato plano, deſcendant, quò fuerit obliquius, & magis ad planum horizontis acceſſerit, ſuper quo graue quieſcit, niſi moueatur ab impellente, vel trahente; & ita mouetur ſemel motum, vt nunquam ſit quieturum, ſi tolli ſupponatur quodlibet impedimentum tam aëris, quàm plani; hoc eſt ſi fuerit globus perfectè durus & politus, & planum æquè durum ac politum, nec adſit vllum medium, vel agens quod globo motum impreſſum auferat, tunc enim perpetuò mouebitur, cùm nullus motus localis abſque cauſa pereat; vel non video quî tollatur, niſi quis dixerit motum ex ſe paulatim deſinere, licet nil oppoſitum habeat. Hîc igitur ſupponimus motum minui & tandem deficere, quòd aër vel alia corpora illum in ſe recipiant, vel eum obtundant & deſtruant. Quanta verò moles aëris requiratur ad motum datæ velocitatis tollendum, poſtea diſquiretur.

MONITVM II.

CVm autem motus omnis impreſſus, quo grauia mittuntur verticaliter in altum, quemque vulgò dicunt violentum, poſſit intelligi productus à caſu grauium, aut eiuſdem velocitatis, quâ moueri poſſent grauia, ſi perpetuò deſcendentia ſemper prædictam incrementi rationem obſeruarent, certis ſpatiorum magnitudinibus vtemur, vt quamcúmque velocitatem quâ grauia excutiuntur, proijciuntúrque

ciuntúrque veluti certo charactere insigniamus. Prius tamen inquirendum an fortasse alia proportio velocitatis, auctæ præcedenti deroget.

PROPOSITIO XVIII.

Aliæ velocitatum rationes, iuxta quas grauia suum descensum accelerare putant aliqui, recensentur: vbi de Helicibus quas grauia suo casu describunt.

Licet illam accelerationis rationem, de qua hactenus, reliquis rationibus veriorem, &c, si non exactam, exactæ tamen admodum vicinam existimem, Lectori gratum crediderim aliorum cogitationes

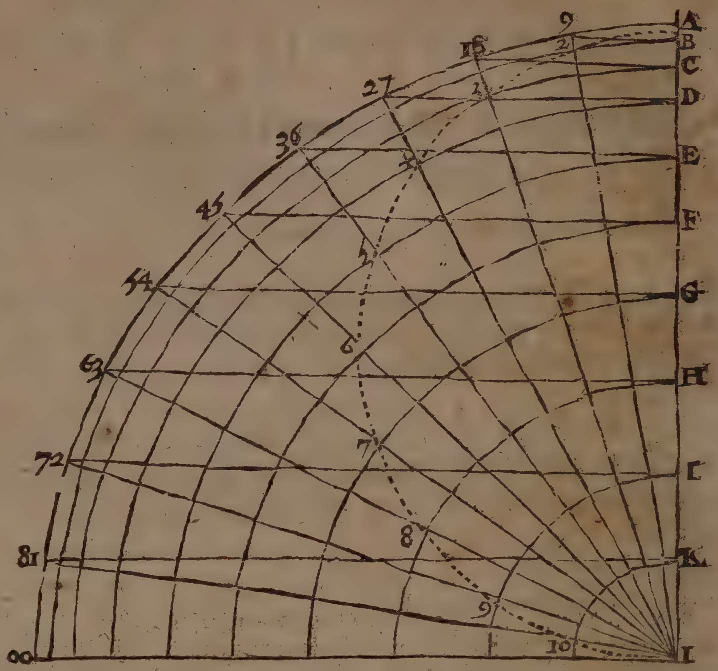
paucis aperire, quas inter illa magis ad experientiæ veritatem accedere videtur, quæ sinus versos sequitur inter æquales circumferentiæ partes interceptos.

Sit igitur tellus A N O F A, descendátque lapis, aut aliud graue à puncto quietis A versus centrum E, ea lege vt primo tempore ad punctũ B, secundo à B ad C, tertio à C ad D, &c. cadat, dico casus istius acceleratione fere coincidere cum ea, quam superiùs attulimus, eíque tantò similiorem esse, quantò A B, B C, &c. sinus versi minora spatia referent, adeout nullus sensus in nostris obseruationibus, 30, vel etiam mille non superantibus hexapedas, discrimen notare possit inter descensum per sinus illos factum, & descensum acceleratum in ratione duplicata temporum: sunt enim ferè sinus isti A B, B C, C D, &c. vt 1, 3, 5, &c. Quanquam si Geometricè loquamur, sinus versi sint inter se vt subtensarum quadrata, hoc est vt A B ad B C, ita quadratum subtensæ A I ad quadratum subtensæ A H; & vt sinus A E ad sinum A D, ita quadratum subtensæ A F ad quadratum subtensæ A G, & ita de reliquis.

Vbi etiam obseruare iuuabit comparationem sinuum versorum cum rectis, nempe rectangulum E A B, esse ad E B C rectangulum, ita quadratum B I ad quadratum C H.

Porrò illa proportio variarum casus velocitautm iuxta sinus versos accuratiùs notabitur in sequente figura, quadrantem orbis terreni referente: sit enim A L semidiameter, quam alio loco 1145 leucarum, (quarum vnaquæque 15000 pedum, seu 2500 hexapedarum)

definiuimus, diuidatúrque in 10 partes æquales circumferentiæ quadrans A 90, & à quolibet diuisionis puncto ducatur perpendicularis ad radiũ A L, hoc est 9 B, 18 C, 27 D, &c. Si lapis cadat æqualibus temporibus per illos sinus versos A B, B C, C D, &c. ijsdémque 10 tẽporibus per decem sinus, in quos A L radius diuisus est, ad L centrũ perueniat, quo circumferentię quadrãs A 90 sub horizontem L 90



descendet, hoc est sex horarum spatio, lapísque terræ motum perfectè sequatur, suo motu semicircumferentiam A, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, L percurret, æqualem quadranti 90 A. Qua ratione tantundem spatij percurret, quantum quiescens in A puncto confecisset; tunc enim post sexhorium ad punctum 90 cum A peruenisset. Cùm autem spatium primum A B 31 leucas ad minimum referat, & sinus versi eò magis accedant ad proportionem descensus grauium, quò minus ab A puncto recedunt, si prima ab A versus B leuca sumatur, in qua sinus illi descensum metiantur, non different sensibiliter à spatijs per quæ grauia cadere diximus.

Qui spatia A B, B C, &c. vsque ad centrum L, ex hypothesi casus lapidis ab A luna, vsque ad centrum terræ L, scire cupit, legat Corollarium 2. prop. 24. lib. 2. de causis sonorum, in quo tabula peculiaris numeros referentes sinus versos, & numeros referentes rationem temporum duplicatam exhibet, vt vnico intuitu quisque videat quantum illa spatia è regione posita discrepent.

Alia proportio velocitatis auctæ in descensu grauium sumi potest ex linea proportionaliter, hoc est iuxta mediam & extremam ratio-

nem ſecta, de qua fusè lib. 2. motuum Harmoniæ Gallicæ prop. 11. quæ proportio quantum à noſtra differat, ex duobus conſtat numerorum ordinibus qui ſequuntur, quorum prima columna continet numeros velocitatis iuxta numeros impares, de quibus toties egimus: ſecunda numeros illos ad pedes reducit quos grauia percurrunt, eâ tamen lege vt primus ſignificet deſcenſum ſemiſecundo factum, ſecundus factum ſequenti ſemiſecundo, & ita de ſequentibus ſemiſecundis, vt primus numerus tertiæ columnæ pertinens ad ſegmenta lineæ proportionaliter ſectæ repræſentet etiam 3 pedes, & reliqui è regione numerorũ primæ columnæ ſiti oſtendant differentiam inter numeros 2 & 3 columnæ. Cùm enim primo ſemiſecundo lapis, aut aliud graue 3 pedes à quiete deſcendat, tam in columna 2, quàm 3, 9 pedes deſcendit in 2 columnæ ſequente ſemiſecundo, cùm tantum 5 deſcendat in 3, in qua cùm tardiùs, ſeu minoribus numeris deſcendat vſque ad quintum ſemiſecundum, quàm in ſecunda columna, tandem ab hinc vſque ad tabulæ calcem velociùs, & iuxta maiores numeros progreditur.

I.	II.	III.
1	3	3
3	9	5
5	15	8
7	21	13
9	27	21
11	33	34
13	39	55
15	45	89

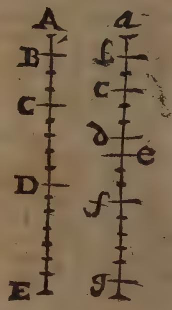
Audio præterea nonneminem eſſe qui credat grauium caſum ſequi progreſſionem Geometricam duplam, adeout primo tempore deſcenſus fiat per vnicum ſpatium, ſecundo tempore per 2, tertio tempore per 4, quarto per 8, & ita deinceps; ſed quantum hic proceſſus à grauiũ caſu exactè ſatis obſeruato diſcedat vix eſt qui neſciat, aut qui non poſſit proprio experimento reperire; ſit enim in tabula ſequente prima columna, vt in ſuperiore, quæ contineat impares numeros, experientiæ ſuffragantes, & in ſecunda colũna numeri dupla ſe ratione ſuperantes collocentur, qui cùm ſatis ad primæ columnæ numeros accedant vſque ad quatuor primos, tantopere nihilominus à quinto numero & deinceps à rei veritate diſcrepant, vt nullus poſſit per tempus 8 ſemiſecundorum vel etiam ſecũdorum experiri, qui non ſtatim fateatur proportionem duplam Geometricam nimium exceſcere, cum enim octauo ſemiſecundo 15 duntaxat ſpatia, quorum vnumquodque tripedale, percurrat, ſecundum rei veritatem, 128 conficeret in ſecunda columna, hoc eſt octies pluſquam reuera conficiat. Et quò progreſſus fueris vlteriùs, maior ſemper futurus

I.	II.
1	1
3	2
5	4
7	8
9	16
11	32
13	64
15	128

eſt exceſſus,nam vbi 17 in prima columna occurrerit, è regione reperietur 250, & qui paruus erat in principio, maximus fiet error in progreſſu.

An auſim ſimile quidpiam conijcere de ſententia Philoſophi ſubtiliſſimi? qui ſtatuit accelerationem pro diuerſis temporibus, in eadē ratione qua numeri ſerie naturali diſponuntur,hoc eſt ſecundum ſimpliciſſimam, & maximè naturalem Arithmeticæ progreſſionem 1, 2, 3,p,5,6,&c.

Certè non tantum à prima columna diſſidet, vt ex ſequentibus lineis conſtat, ſit enim noſtra progreſſio penes numeros impares in A E linea,quam graue percurrat ſpatio 4 ſecundorum; certum eſt graue cadens à puncto quietis A, vel *a*, primo quouis tēpore facere ſpatiū quodlibet primum A B, quod, vt antea, ſupponamus 12 pedum,quos graue ſpatio ſecundi percurrit: ſitque illa menſura *duodecapeda*: ſecundo tempore facit reuera B C 3 duodecapedas, cùm duas duntaxat in linea *ag*,nempe *bc* percurrat. Tertio ſecundo verè ſpatium C D, ſeu 5 duodecapedas conficit, cùm in linea *ag* ſolas tres duodecapedas faciat. Quarto ſecundo percurrit ſpatium D E 7 duodecapedarum,quamdiu *df* 4 duodecapedarum in linea *ag* percurrit; adeout quintum ſecundum ſit neceſſarium ad perficiendam lineam *ag* æqualem lineæ A E.



Ex quibus manifeſtum eſt hunc progreſſum Arithmeticum facere velocitatem minorem quàm oporteat; quemadmodum illi duo progreſſus priores progreſſum longè maiorem inuehunt.

Cùm igitur illa noſtra per numeros impares progreſſio in linea A E ſemper experientiæ nobis reſpondere viſa ſit, ſuiſque rationum momentis confirmetur, eam retinebimus, donec alia demonſtrata ſit ab Illuſtri viro, qui licet grauia credat non tranſire per omnes tarditatis gradus à puncto quietis A, fatetur tamen hanc progreſſionem eſſe proximè veram.

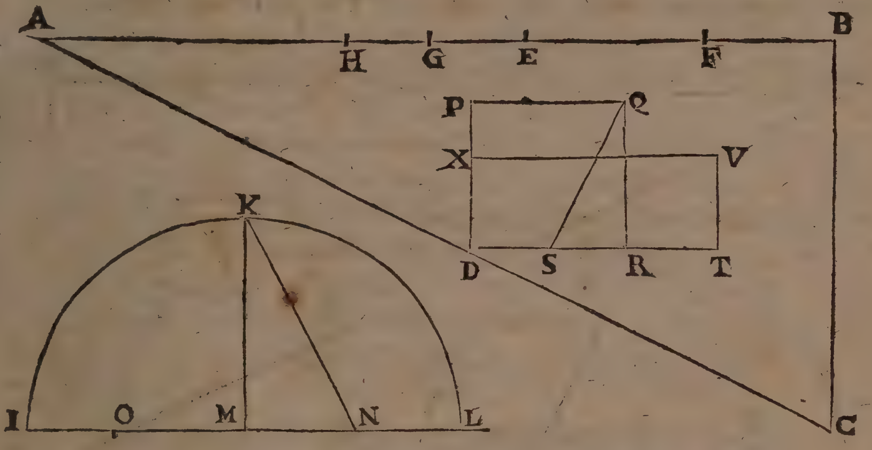
COROLLARIVM PRIMVM.

De linea proportionaliter ſecta.

NObis liceat notare quædam circa hanc ſectionem, quam nonnulli ob proprietates mirabiles *diuinam* appellant. Primùm igitur octo proprietates ad vndecimā prop. lib. 2. Harmoniæ vniuer-

ſalis videri poſſunt. Secundò, Salinam, cuius inuentionem prop.18. lib. 4. Inſtrumentorum attuli, quâ credebat tactus violis & alijs inſtrumentis eodem modo adhiberi poſſe, ac ſi diapaſon diuideretur in 12 partes proportionales, in eo fuiſſe deceptum, vt fatebitur qui 31. lib.3. caput, quod de Muſica ſcripſit, accuratè diſcuſſerit & ſequentia legerit quibus ea vtcúmque ſupplebuntur quæ noſtræ Latinæ Harmoniæ deſunt, vbi de diuiſione manubriorum citharæ, ac violę, quam beneficio lineæ iſtius Salinas proponit; ſimúlque Harmoniæ Gallicæ loco citato remedium adhibebitur.

Primùm igitur linea, verbi gratia D P, dicitur ſecari proportionaliter in X, quòd ſegmenti maioris X D quadratum æquale ſit rectan-

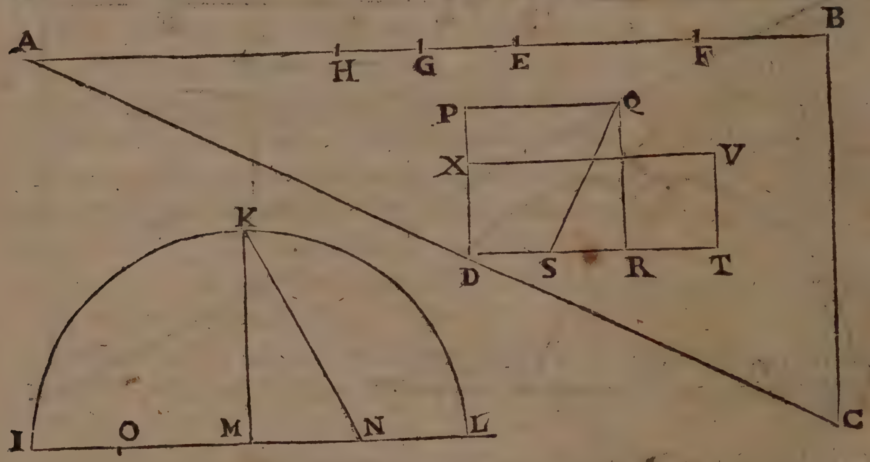


gulo ſub tota D P & ſegmento minore P X, vnde naſcuntur tres proportionales, D P, videlicet, quæ eſt ad D X, vt D X ad X P, hoc eſt tota ad maius ſegmentum, vt maius ſegmentum ad minus. Ne tamen putes idem de quibuſlibet tribus proportionalibus, hæc ſiquidem proprietas ſolis tribus ex ſectione media & extrema ratione facta productis conuenit; licet alia prædicta proprietas ſit communis tribus quibuſlibet, quarum extremæ ſemper rectangulum mediæ quadrato æquale faciunt; quemadmodum 4 proportionalibus ſemper conuenit vt extremorum rectangulum ſit æquale rectangulo mediarum.

Deinde ſecatur linea proportionaliter pluribus modis, Euclideo, ſi quadratis P R latus quodlibet, puta P R bifariam in S diuidatur, & ab S ducatur recta S Q; producatúrque S R in T, donec S T fiat æqualis S Q; denique fiat quadratũ R V ſuper R T, & ab V ducatur recta V X, linea R Q: vel ei æqualis D P quæcúmque, ſecta erit in X me-

dia & extrema ratione, quandoquidem rectangulum Q P X, quod fit sub tota D P, & minore segmento X P, æquale est quadrato D X, seu R V, quemadmodum totius lineæ D P quadratum, æquale est X T rectangulo.

Ptolemaïco, si lineæ I M diuidendæ M L æqualis addatur; centróque M describatur circulus; & à centro perpendicularis M K excitetur; deinde M L bifariam in N diuisâ, ducatur N K, cui fiat æqualis N O; maius enim segmentum erit M O, minus verò segmentum lineæ M I, à Ptolomæo lib. 1. de Almagesti, cap. de quantitate linearum in circulo, secundum extremam & mediam rationem diuisæ, erit O I. Hoc autem nomen huic lineæ videtur inditum, quòd suæ proportionis tam medium, quàm extrema habeat, quam propterea nonnulli vocant similiter diuisam, alij, vt Lucas Paciolus, diuinam.



Salineo denique, lineam A B proportionaliter diuides, si primò bifariam diuidatur in puncto G; postea enim facit perpendicularem B C æqualem B G, deinde A, C puncta coniungit rectâ A C, in qua D C facit æqualem C B, seu B G; Rursum in A B sumit A E æqualem A D; quibus peractis, linea B A secatur in E, mediâ & extremâ ratione, cùm enim A B & B C quadrata sint æqualia quadrato A C; vel rectangula A B E, & B A E, plus quadrato B C, sint æqualia quadrato A D, vel A E, plus quadrato D C, plus bis quadrato A D C, vel B A E, si ex vtraque parte demantur æqualia, supererit A B E æquale quadrato A E.

Erit igitur maius segmentum A E; quod si diuidatur similiter, eius segmentum maius erit æquale minori segmento E B, lineæ A B pro-

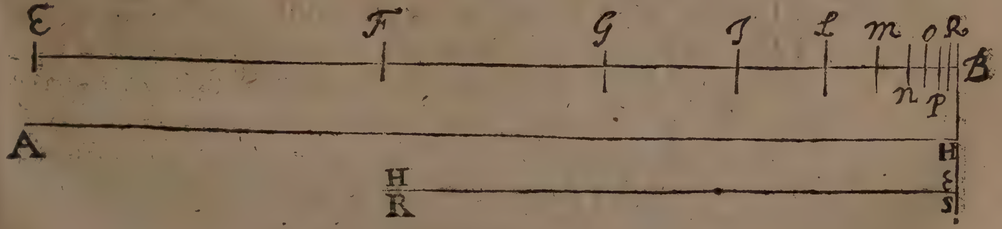
portionaliter imprimis diuisæ: quemadmodum H E maius erit segmentum lineæ B E, seu minoris segmenti etiam proportionaliter diuisi. Quare Salinam aduersus ea quæ lib.3. Instrument. Harmonic. pagina 225. dicta fuerant, hoc loco, & in hac parte tuemur, quanquam aliàs rectè diximus illum aberrasse, vt postmodum confirmabitur.

Tertium igitur quod hîc aggredimur, in eo situm est, vt demonstremus per rationis conuersionem, rectè dictum à Salina, lineæ A B proportionaliter diuisæ minus segmentum E B fieri maius segmentum segmenti maioris A E proportionaliter diuisi in H; & istius segmenti A E ita diuisi minus segmentum H E fieri maius segmentum minoris segmenti E B etiam proportionaliter diuisi; & ita deinceps vt in alia figura videbitur.

Itaque sumpta recta A E, vt totâ, (quemadmodum A B) est vt tota A B ad totum A E, ita A E abscisâ, vel segmento ad abscissam A H; igitur reliqua E B erit ad reliquam H E, vel E G, vt tota A B ad A E totam, hoc est vt recta proportionaliter secta ad suum maius segmentum; quod probandum erat. Hincque nata vocabula *iuxta mediam & extremam rationem*; quòd nempe tota sit maius extremum, segmentum maius sit media proportionalis, & minus segmentum sit minus extremum; hac enim ratione medium & minus extremum nascitur vnica diuisione lineæ, quæ sit maius suorum segmentorum extremum; quod nulli alteri rectæ diuisioni conuenire potest.

De linea duodecies proportionaliter secta.

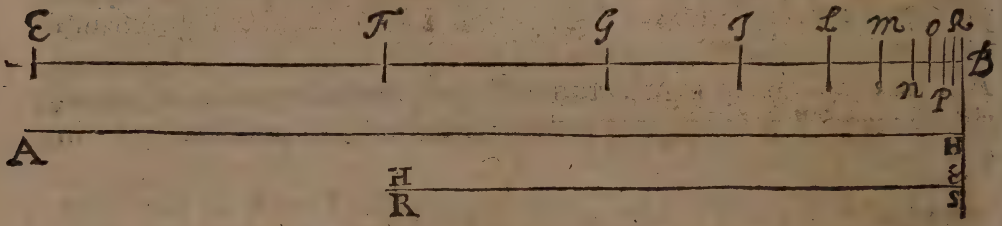
Sit rursùm linea proportionaliter secta, A E B, quàm cùm non potuerimus satis commodè, distinctéque ita diuidere vt partes



12 haberet, quas putauit Violæ manubrio ad tactus notandos adhiberi posse Franciscus Salinas, nisi charta replicaretur, lineam fregi-

mus, vt iſtius voluminis paginam non excedat.

Intelligatur ergo linea A H, H E ſeu R S in directum lineæ B E coniungi, eâ lege vt tota linea incipiat ab A verſus ſiniſtram, iungatúrque H E in puncto E, vt reliqua linea ſit E B. Erit maius ſegmentum A E, vt in priore figura, & E B minus; & ſectiones aliæ H, F, G, &c.



Quibus intellectis, erit A B ad A E, vt A E ad E B, hoc eſt A B ad A E, vt A E ad A H, ſed vt A E, ad A H, ita A H ad H E; & ita de cæteris ſegmentis; adeout lineæ A B, A E, E B, A H, H E, E F, F G, G I, I L, L M, M N, N O, O P P R, & vltima R B, ſint continuè proportionales; relictíſque A B, & A E & E B, duodecim ſpatia reperiantur, in quæ linea tota B A diuiſa reperitur, quorum maius eſt A H, minus verò R B.

Atqui falſum eſt primo tactu, vel primâ violæ, aut cuiuſuis alterius inſtrumenti diuiſione ſegmento A H æquali exiſtente, tactus ſequentes eſſe poſſe H E, E F, &c. cùm enim manubrium æquale ſit lineæ totali A B, quæ ferè pedalis eſt, experiatur qui voluerit quantò primus tactus ſeu prima diuiſio maior, ſit primo ſegmento A H minor: vel vt error clariùs appareat, ſit manubrium E B in 10 tactus diuidendum, quorum primus ſit E F, impoſſibile eſt ſecundum tactum eſſe F G; ſed primo tactu E F exiſtente, ſecundus erit longè maior ſegmento F G; conſtátque ex infinitis propemodum Harmoniæ noſtræ locis primum tactum, quo neruus ſemitonio fit acutior, ex neruo in 16 partes æquales diuiſo, partem vnam reſecare; vnde ſi B E totius E F ſit pars decimaſexta, ſit tactus E F legitimus futurus; quemadmodum ſecundus tactus erit F G, ſi F B in 16 partes diuiſæ F G fuerit pars decima ſexta, & ita de reliquis: quod cùm nulla ratione conuenire poſſit ſegmentis diuiſionibus lineæ ſecundã mediam & extremã rationem ſectæ, ratũ eſto quod loco citato Harmoniæ dicebamus: neque video quid tantum virum in illum errorem impulerit.

Tertiò,

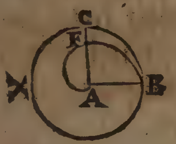
dicebamus: neque video quid tantum virum in illum errorem impulerit.

Tertiò, cylindri ſphæræ inſcripti, qui cum baſibus maximam ſuperficiem habeat, notauit Geometra latus eſſe minus ſegmentum diametri baſeos proportionaliter ſectæ. Iterúmque lineam aliam occurrere proportionaliter ſectam, ſi tangenti circuli, ductæ à puncto, cui latus cylindri inſidet, (quæ tangens ſit æqualis eiuſdem circuli diametro) linea recta ab altero puncto circuli, cui etiam latus oppoſitum inſidet, tranſuerſim per prioris lateris ſupremum agatur, donec extremo tangentis prædictæ occurrat, hæc enim linea, qua parte intra circulum continetur, eſt circuli diameter, & maius ſegmentum, vt pars exterior minus ſegmentum lineæ mediâ & extremâ ratione ſectæ. Alias iſtius lineæ proprietates auſim infinitas appellare, quòd à nullo Geometra poſſint exhauriri.

COROLLARIVM II.

De linea helice à motu lapidis à terræ circumferentia ad illius centrum deſcripta.

CVm Galilæus exiſtimare videretur lapidem, (poſitâ terrâ mobili & ſolis motum ſupplente) vſque ad terræ centrum deſcendentem, moueri per ſemicircumferentiam B 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 L, de qua ſuperiùs dictum eſt, demonſtrauit acutiſſimus Geometra D Fermatius non eſſe deſcenſum illum ſemicircularem, ſed helicem deſcribere] peculiarem, quæ ſit ſecunda inter ſequentes, quemadmodum prima eſt Archimedæa.



Sit igitur helix A F B intra circulum B C X deſcripta, itavt ſemper ſit eadem ratio circumferentiæ B C X ad arcum B C, quæ eſt lineæ A B ad F C, vel quadrati A B, ad quadratum F C, vel cubi A B ad cubum F C, vel cuiuſcumque alterius potentiæ A B ad ſimilem poteſtatem F C, regula generalis datur, quâ ratio circuli B C X ad ſpatium lineâ A B, & helicibus A F B comprehenſum periatur. Hîc apponam octo helices, quarum maiores numeri circulum, minores helicem referunt.

1	3. 1
2	15. 8
3	14. 9
4	45.32
5	33. 25
6	91. 72
7	60.49
8	153.128

Quibus placet addere demonſtrationem amici, qui demonſtrauit lineam deſcenſus grauium non eſſe circularem.

Sit A terræ centrum, cuius diameter A C; & circumferentia C H B referat Æquatorem: Sint autem ſpatia, quæ per rectam lineam deſcendentia grauia conficiunt, in ratione duplicata ſpatiorum quæ percurrit in circumferentia: Verbi gratiâ, ſi graue primò ex C perueniat ad K, deinde in I; ducanturque rectæ A K H, & A I B, ratio H K ad I B erit duplicata rationis arcus C H ad arcum C B. Exempli gratiâ, ſi arcus C B duplus eſt arcus C H, recta I B erit rectæ K H quadrupla. Iam verò conſideremus cùm circulus circa diametrum A C deſcriptus, per I K puncta tranſit, recta I B ſit H K rectæ quadrupla, quando arcus C B duplus eſt arcus H C. Ducatur recta E K bifariam diuidens A C, hoc eſt ex centro E; & I K, K L ita vt K L ſit æqualis A K, & occurrat A C producto in L. Cùm ſint A K, K L lineæ æquales, angulus K L C æqualis erit angulo K A L, vel ei æquali I A H; ſed anguli A I K, H C L ſunt etiam æquales, igitur trianguli A I K, L C K ſunt ſimiles.

Quoniam verò K C latus lateri K I æqualis eſt, latus C L erit lateri A I æquale.

Præterea cùm triangula Iſoſcelia A K L, A E K faciant æquales angulos ſuper baſes ſuas æquè ſunt ſimiles; & rectangulum L A E erit æquale quadrato A K.

Sed cùm reliqua demonſtratio pendeat à certis characteribus, quos ille ſuis vſibus accommodabat, qui deſunt typographo; ſufficiat annotaſſe lineam iſtam deſcenſus grauium rectam ſub polis futuram, planam helicem ſub Æquatore; & in omni alio loco ſolidam helicem ſuper coni iſoſcelis ſuperficie deſcriptam, cuius baſis eſt parallelus, à quo deſcenſus incipit, & vertex ipſum terræ centrum.

Quam demonſtrationem libenter poſtulantibus communicabo, quemadmodum aliam elegantiſſimam à D Fermatio inuentam, & ad ipſum miſſam Galilæum, qua demonſtrat ſpatium ab iſta comprehenſum helice eſſe, vel ad circuli ſectorem, vel ad totum circulum, quibus comprehenditur, vt 8 ad 15: quæ proportio reperitur ſimiliter inter ſpatium à ſpirali circa coni ſuperficiem deſcriptum, & ipſam coni ſuperficiem.

MONITVM.

Veterem igitur & obſeruationibus reſpondentem caſuum velocitatem retinebimus, eáque in ſequentibus propoſ. vtemur, cùm præter experimenta illam ſequentia rationibus confirmetur, & pluribus Phyſicis difficultatibus ſoluendis, & intelligendis inſeruiat. Sequentes verò propoſitiones intelliguntur abſque reſiſtentia medij, quam vnuſquiſque proprijs obſeruationibus inuenire poterit.

PROPOSITIO XIX.

Definire quantum iter percurrere debuerit graue cadens perpendiculariter, vt æquali velocitate in altum verticaliter emiſſum ad eam pertingat altitudinem, ad quam ſagittæ, vel alia proiecta mitti ſolent, dum arcubus, & tormentis bellicis, vel alio quouis modo excutiuntur.

Pluribus alijs modis hæc propoſitio poterat efferri, verbi gratiâ, *Datâ velocitate, dare altitudinem, ex qua graue cadens æqualem habeat velocitatem*; quod cùm ab experientia pendeat, quam toties commemorauimus, illam iterum ſupponemus. Sit igitur tanta globi, vel ſagittæ velocitas, vt ſpatio ſecundi minuti, 49 perticas conficere poſſit, quarum vnaquæque ſit 12 pedum: cúmque 49 ſit numerus impar ordine vigeſimus quintus ab vnitate, ſpatio 25 ſecundorum globus deſcendere debuit ad eam velocitatem acquirendam, quâ ſecundo quadrageſimo nono perticas 49 percurrit: quâ velocitate non ampliùs auctâ duplum ſpatium æquali tempore, hoc eſt ſecundo, confecturus eſt, ſi deſcenſus conuerſus fuerit in motum horizontalem.

Verùm ne duplò quàm par ſit maiorem globis plumbeis tormentarijs velocitatem tribuamus, quippe qui 92 ad ſummum hexapedas ſpatio ſecundi percurrunt, deſcenderit globus perpendiculariter ſpatio 23 ſecundorum, vt vltimo, ſeu vigeſimotertio ſecundo velocitatem acquiſierit, quâ non auctâ 46 perticas ſpatio ſecundi confecturus ſit, hoc eſt 92 hexapedas, ſeu 552 pedes; dico globum hunc eâ velocitate ad eandem altitudinem peruenturum, ad quam è bom-

bardis explodi ſolet, quid enim æqualem aſcenſionem impediret, aut maiorem promoueret? cùm eadem vtrobique velocitas ſupponatur. Vbi tamen aduertendum hîc aſcendentis globi grauitatem, & aëris reſiſtentiam in aſcenſu verticali conſiderandas, quarum prima globo detrahit mediam aſcenſionis partem, ſecunda verò nonnihil etiam officit.

Vnde fit vt cùm velocitas ex deſcenſu comparata poſſit globum ad ſpatium deſcenſus duplum horizontaliter promouere, ad ſpatium æquale verticale ſolummodo promoueat.

Hinc autem concludi poteſt quoúſque verticaliter aſcenſurus ſit globus quilibet, cùm velocitatis gradus, quo moueri cœpit agnoſcitur; inuenta ſiquidem altitudo, ex qua globus deſcendere debuit, vt eam ſibi velocitatem compararet, quâ tormento mittitur, dabit altitudinem verticalem ad quam peruenturus eſt, quippe prorſus eandem cum ea, à qua ceciderat, ob grauitatem medium itineris, quod alioqui conficeret, detrahentem: dummodo aëris reſiſtentia minimè numeretur.

COROLLARIVM.

Quoties aliquis iaculum, vel lapidem, aut graue quidpiam manu, vel fundâ proiecerit, prædicet ad quam diſtantiam tam verticalem quàm horizontalem miſſile ſit peruenturum, ſi nouerit quâ velocitate à manu ſua, vel à funda exeat, quandoquidem iactus verticalis par erit altitudini ex qua graue cadens velocitatem comparat æqualem velocitati à manu impreſſæ, horizontalis verò ex anguli ſemirecti profectus eleuatione duplus erit verticalis, vt in hydraulicis dictum eſt. Vbi dignum obſeruatione ſagittarios, funditores, & qui nudâ manu proijciunt, naturæ veluti ductu angulum 45 graduum propepropter eligere, cùm miſſile librant ad maximam diſtantiam, quæ reuera ſemirectum angulum ſequitur.

PROPOSITIO XX.

Facilem methodum explicare, quâ poſſit quiſpiam dicto citiùs noſſe, quantum ſpatium grauia percurrerint tempore propoſito; hoc eſt dato ſpatio dare tempus; quemadmodum & dato tempore ſpatia dabuntur, ſiue perpendiculariter, ſiue obliquè, hoc eſt ſi ſuper planis inclinatis grauia verſus terræ centrum deſcendant: Vbi pulchra & vtilia de numeris.

HÆc propoſitio ſequentibus maximè ſeruiet, vt nempe quis ſciat vnde grauia cadere debuerint, vt deinceps datum ſpatium iuſſo tempore percurrant, & vice verſâ; vtque proiecta illâ velocitate aquiſitâ motu grauium, dimiſſa poſſint ad datum ſpatium in eleuatione data ſuper horizontem peruenire. Quanquam multa iam prop. 12. dicta ſunt, quorum partem aliquam repetere iuuabit.

Primum igitur, quemadmodum ſpatia percurſa creſcunt in ratione temporum quibus percurruntur, duplicata, ipſa tempora ſunt in dimidiata ſpatiorum ratione: quare ſi dentur tempora, & quærantur ſpatia, quadrentur tempora; hinc enim naſcetur ratio ſpatiorum: ſi verò dentur ſpatia, & tempora quærantur, ſumantur latera, ſeu radices ſpatiorum, & ratio temporum exurget. Exempli gratiâ, quæritur quo tempore cadat globus aliquis plumbeus, vel ferreus, qui 25 ſpatia quæcumque (putà digitos, pedes, hexapedas, leucas, terræ radios, &c.) percurrit. Quod dicto citiùs innoteſcet, dummodo quædam præcognoſcantur, ſupponantúrque: videlicet aliquod ſpatium datum, quod à globis aliquo dato tempore fiat, hoc enim ſpatium & tempus erit terminus rationis antecedens; exempli gratiâ, cùm obſeruatio doceat globum à quiete perpendiculariter deſcendentem conficere vno ſecundo, (quod proximè tardiori arteriæ pulſui reſpondet) 12 pedes, quos iam pro ſpatio primo, & aliorum radice ſumemus: ſecundum, & pertica 12 pedum ſint deinceps menſuræ noſtræ.

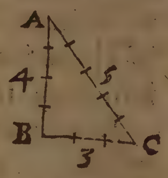
Ferreus igitur, vel ligneus globus ſpatia 25, vt priùs, confecerit, tempus quo ea confecit, ita reperietur: tempus, quo ſpatium vnum conficit, eſt ſecundum; ſpatium iſtud eſt ad 25 ſpatia vt quadra-

tum 1 ad quadratum 25, quorum latera ſunt, 1 & 5, igitur tempus quæſitum erit 5 ſecundorum. Vbi verò non occurrent numeri rationales, media proportionalis illorum vice fungetur.

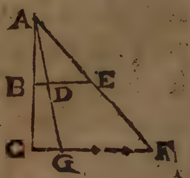
Deinde tempus 6 ſecundorum detur & ſpatium incognitum, quod grauia percurrerent, ignoretur; cúmque ſpatium vno ſecundo confectum ſupponatur, quadretur 6, vt 36 ſpatia illo percurſa tempore priùs incognita concludantur.

Quæ regula etiam in planis inclinatis vera eſt, ſtatim enim atque noueris quo tempore percurratur illius plani quantulumcumque ſpatium à puncto quietis, ſcies tempus quo quælibet alia pars eiuſdem plani percurrenda ſit. Verbi gratiâ primo ſecundo percurrat vnum pedem; quæratúrque quo tempore pedes centum ſequentes percurrendi ſint, 10 radix centum, dabit 10 ſecunda.

Porrò notandum eſt tempus eadem ratione maius eſſe, quo ſpatium in plano quocúnque inclinato percurritur, tempore, quo ſpatium idem perpendiculariter deſcenditur, quò planum illud fuerit perpendiculari longius, donec eidem horizonti occurrat: Verbi gratiâ, ſi globus 4 temporibus ab A ad B deſcendat, quinque temporibus ab A ad C deſcendet, cùm A C ſit ad A B vt 5 ad 4: eritque eadem velocitas globi ad punctum C, ac globi ad punctum B peruenientis, adeovt ſi vterque deinceps per planum horizontale B C moueretur, æquale ſpatium confecturus eſſet.



Si verò per duo plana inclinata A B & A F globi deſcenderint, tempus deſcenſus per A B erit ad tempus deſcenſus per A F, vt linea vel planum A B ad planum A F, eritque ſemper in quibuſcunque planis eadem acquiſita velocitas, cùm ad eundem horizontem C F appulerint. Quibus addo mediam proportionalem inter A C & C B, vel A F & A E ſumptam dare tempus, quo grauia deſcendunt ab A C, vel A F, id eſt tempus deſcenſus per A C eſt ad tempus deſcenſus per A B, vt prædicta media proportionalis ad B A, & ita de reliquis.



Calculus autem nil habet difficile, cùm tempora ſequantur numerorum ſeriem continuam, quorum quadrata tribuunt ſpatia temporibus illis confecta; Hinc fit vt cùm ſemel aliquam tabellam confeceris, illius vſus futurus ſit perpetuus, qualis eſt ſequens; cuius prima columna tempora, ſecunda ſpatia complectitur; quæ poſtea conuertas in pedes, aut alias menſuras, quibus in primo tempore

obſeruaueris: Perinde ſiquidem fuerit, ſiue primus numerus 1 pedem, lineam, aut aliam quampiam menſuram ſignificet, dummodo numeri ſequentes eaſdem menſuras ſignificent: Verbi gratiâ ſi 1 ſumatur pro 12 pedibus, 4 ſequens ſumetur pro 48 pedibus, provt ſumi debet in rei veritate, quandoquidem cùm graue vno ſecundo 12 pedes percurrit, duobus ſecundis 48 conficit; eodemque modo 5 ſecundis 300 pedes à quiete deſcendit.

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

Quæ omnia tot exemplis 2. Libro Harmoniæ, Gallicæ, & Latinæ, explicata ſunt, vt plura non ſit opus addere: ex quibus repeto ſpatia quæ fiunt ſingulo quoque ſecundo facillimè reperiri, ſi numero ſecundorum quotitatem referenti duplicato vnitas addatur: exempli gratiâ, quærat aliquis quot duodecim pedum ſpatia vigeſimotertio ſecundo conficiantur, quod ſi duplicetur fiet 46, cui cùm vnitas additur, exurgit 47, ex quo rectè concluſeris 23 ſecundo graue ſpatia 47 percurrere, quandoquidem 47 eſt vigeſimustertius numerus impar, quem ſi per 12 multiplices, ſpatia innoteſcent in pedibus 554. Quæ adeo clara ſunt & facilia, nihil vt addendum eſſe putem, niſi fortè methodum inueniendæ quadratorum omnium propoſitorum, ab vnitate incipientium ſummæ, quâ poſſis egere in grauium varijs caſibus calculo ſubducendis.

Sint igitur, exempli causâ, 10 prima quadrata ſecundæ columnæ tabulæ præcedentis, quorum ſumma quæratur, quæ duobus modis inueniri poteſt, primo, ſi numero quadratorum propoſito vnitatem addas; exurget 11, qui ductus in 10, producit 110; deinde 10 & 11 ſimul addas, qui 21 conficiant, qui in præcedentem numerum 110 ducti faciunt 2310, quæ ſumma per 6 diuiſa dat ſummam 10 primorum quadratorum 385. Itaque Senarius eſt ſemper diuiſor in hac methodo, cuius operationem vltimam perficit: Hoc igitur exemplum ad canonem generalem reuocari poteſt.

Secunda methodus pendet ab inuentione quadratæ pyramidis, qualis, verbi cauſa, pyramis, cuius latus 4, ſummam 4 primorum quadratorum, putà 30, exhibet. Pyramis autem inuenietur, ſi duplum pyramidis triangularis (quæ triangulorum ſummam complectitur) triangulo, cuius latus vnitate maius additum, pyramidem quadratam eiuſdem cum prædicto triangulo lateris tribuit.

Hæc autem pyramis triangularis, ſeu tetraedrum habes, ſi latus illius per triangulum multiplicaris, cuius latus vnitate maius, triens

enim producti numeri quæsitum tetraedrum exhibet. Quod eodem exemplo decem primorum quadratorum clarius euadet: quæratur ergo illorum summa, hoc est pyramis quadrata, cuius latus 10. Sume pyramidem triangularem nouenarij, seu 9 primorum triangulorum summam (quæ prouenit ex 9 ducto in 55 denarij triangulum) quæ sit 495, cuius triens 165 dat pyramidem triangularem 9, cuius duplum 330, triangulo 10, hoc est 55, iunctum dat 385, vt in priore methodo, pro summa 10 primorum quadratorum.

COROLLARIVM PRIMVM.

De summa cuborum & aliorum numerorum inuenienda.

COntingit sæpenumero ea esse difficiliora quæ faciliora credebantur; quis enim non crederet cuborum quotvis propositorum, quàm quadratorum summam longè faciliorem esse? quippe quæ vnicâ operatione perficitur, sumptum videlicet quadratum summæ radicum dat summam cuborum: vt in 10 primis cubis cernere est; sumatur enim summa decem primorum numerorum, qui sunt radices, seu latera decem primorum cuborum, hoc est 55, quæ summa quadrata 3025, summam quæsitam tribuit.

Eodem modo centum primorum cuborum summa reperietur 25050025 0. Quod ad summam radicum attinet, nil inuentu facilius, si enim sit par numerus, verbi gratia decem, medio 5 in 10 plus 1, hoc est in 11 ductus dat 55. Si verò impar, vt 11, sequentis 12 dimidium 6 in 11 ductum dabit 56. Imparium denique 1, 3, 5, 7 grauium casibus seruientium summa reliquorum omnium facillima, cùm sit ipsum quotitatis quadratum, si, verbi causa, sint 12 impares, quadratum 144 dat illorum summam & ita de reliquis.

COROLLARIVM II.

De numerorum triangularium inuentione.

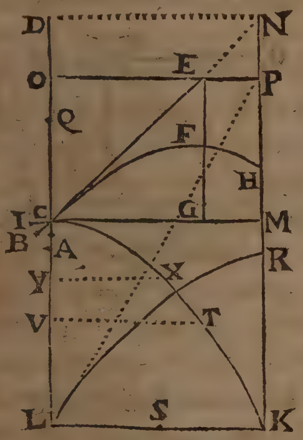
CVm hi numeri plurium problematum solutionem iuuent, & antea suppositi fuerint; cuiuslibet imparis numeri triangulum habes, si numeri propositi, exempli gratiâ 7, medium numerum 4 ducas in 7, quandoquidem 28 dat triangulum numeri 7. Imparis verò nummi, puta 12, summa exurget, si pars illius dimidia 6, in sequentem

tem numerum 13 ducatur, ſumma nempe 156 dabit triangulum duodenarij. Faciliùs tamen imparium triangula reperies, ſi numeri ſequentis, qui ſemper eſt par, mediam partem ſumas, quæ ſemper eſt numeri præcedentis medius, vt in triangulo 15 vides, nam pars media 16, ſeu 8 eſt etiam medius numerus 15.

PROPOSITIO XXI.

Data verticali eiaculatione, dare inclinatam & horizontalem; dataque horizontali dare verticalem.

SIt exploſio glandis, vel eiaculatio ſagittæ verticalis CD, quæ horizonti perpendicularis intelligatur, quæque ſit vniformis velocitatis in omnibus partibus; qualis foret, ſi nulla grauitas contraniteretur, vt ex dictis ſuppono: cui poſtea ſi grauitas velocitatis gradus auferat eadem ratione reciproca quâ conceptus fuerat impetus à glande cadente, ex quiete Q, in punctum C, eodem tempore quo velocitate vniformi ad punctum D abſque reſiſtente grauitate aſcendiſſet, ad Q punctum dumtaxat aſcendet, in quo deſinet impetus, vt ex alibi dictis conſtat. Cùm autem impetus, abſque grauitate oppoſitâ, quo media exploſio CE, glandem à C ad E transfert, ſit æqualis impetui verticali, eodem tempore quo ferebatur verticaliter à C ad D, mouebitur à C ad E, cùm



CE linea ſit æqualis lineæ CD, ex conſtructione; cumque grauitas reſtituta æquali tempore agat, ſuper glandem per CE motam, ac ſuper glandem per CD aſcendentem, glans non aſcendet ad E punctum, ſed tantùm ad F, quòd grauitas mediam partem aſcenſionis verticalis GE auferat; eſt enim exploſio media CE compoſita ex verticali CO, & horizontali CG. Erit itaque punctum F locus, à quo glans ab F ad H, & deinceps deſcendet, vt parabolæ dexteram partem deſcribat, quæ cùm, demptis aëris impedimentis, ſiniſtræ parti æqualis eſſe debeat, totius habetur amplitudo para-

bolæ, hoc eſt longitudo mediæ iaculationis, cuius pars media C G,

Sit & aliud exemplum in eadem figura, datæ verticalis iaculationis L D, quæ dato tempore, fiat vniformi motu, tam abſque aëris, quàm grauitatis oppoſitæ impedimentis, erit exploſio media L P; ſed impediente grauitate, glans à puncto L ad punctum C tantùm aſcendet verticaliter, cùm ob grauitatem pars aſcenſus dimidia D C pereat, vt dimidia pars aſcenſus glandis L P.

Erit igitur L K dimidium longitudinis, ſeu amplitudinis exploſionis mediæ; cúmque L K ſit æqualis L C, eſt enim C K quadratum; exploſio media, erit dupla verticalis explôſionis, cùm os ſclopeti, vel iaculi caput in C puncto ſupponitur, quandoquidem pro varijs ſuper horizontem eleuationibus iaculationum mediarum longitudines, ſeu parabolarum amplitudines augentur.

Sed & horizontalis eiaculatio ex verticali datâ concludetur, nam ſtatim atque verticalis C D, in verticalem Q D, ob incumbentem grauitatem, conuerſa, data fuerit, eodem tempore quo glans iter verticale C Q perficiet, iter horizontale duplum, nempe L K percurret, non quidem rectà per lineam C M, per quam moueretur glans ſuâ grauitate ſpoliata, ſed per curuam C K, quæ ſit abſque aëris, aut alterius medij obſtaculo futura parabola; cuius axis linea C L, vel K L; quæ K L altitudinem ſagittarij ſuper horizontem ex puncto C horizontaliter glandem, vel telum eiaculantis oſtendit.

Sit verbi gratiâ, verticalis iaculatio C D centum hexapedarum, abſque hoſtili grauitate, erit 50 hexapedarum cum grauitate, quæ cùm horizontali iaculationi C M non officiat, ſed eam ſolummodo ad inferiorem horizontem L K deprimat, erit horizontalis iaculatio centum hexapedarum, & eodem tempore quo glans à C ad Q aſcendit, deſcendet à C ad L per parabolam C K.

Porro ſi quis horizontalem iaculationem petat tempore breuiori factam, eadem ratione minor, ſeu breuior erit, quo tempus breuius fuerit; exempli gratiâ, ſi cùm 10 ſecundis glans à C ad Q aſcendit, & à C ad K deſcendit, velis 5 ſecundis deſcendere glandem à puncto C per eandem lineam C K, hoc eſt ſi iaculationem hori-

zontalem ſubduplo tempore factam inquiris, glans ad punctum X perueniet, cùm Y X ſit lineæ L K pars dimidia.

Si verò quæris futuram iaculationem horizontalem ex altitudine ſuper horizontem ſubdupla, nempe ex puncto V, hoc eſt ex puncto C, cuius horizon V T, erit V T amplitudo parabolæ, ſeu iaculationis horizontalis longitudo.

Supereſt vt ex data horizontali iaculatione verticalem eruamus. Sit igitur horizontalis data L K, ex altitudine ſuper horizontem L C, hoc eſt, ſit L K amplitudo parabolæ, & L C eiuſdem altitudo, quæritur verticalis exploſio æquali tempore facta, quæ cum abſque grauitate, & alijs impedimentis ſit æqualis horizontali factæ tempore æquali, reſtitutâ grauitate dimidium illius erit, cúmque iaculatio C D abſque grauitatis impedimento ſemper cum eadem velocitate permenſura fuiſſet, deſinet in puncto Q propter grauitatem hoſtilem, vt iam dictum eſt; vnde iaculatio verticalis erit horizontalis ſubdupla.

MONITVM PRIMVM.

Licet hæc propoſitio de iaculatione verticali, quam oppoſita grauitas omnino deſtruit, videatur intelligi, poteſt tamen reliquis iaculationibus tametſi nondum extinctis, accommodari, dummodo ſupponamus mediam, & horizontalem exploſionem eadem velocitate, ac verticalem incipere, detúrque tempus, ſeu duratio prædictarum exploſionum, ſeu iaculationum: cùm enim grauitas æquali tempore ſemper idem agere pro certo ſumatur, quamdiu per eandem lineam agit, quacumque tandem velocitate telum emittatur, primo ſui aſcenſus minuto ſecundo vnâ duodecapedâ retardatur, duobus ſecundis 4 duodecapedis, &c. iuxta numerorum imparium ſeriem. Quapropter data qualibet durationis parte, qua fit horizontalis iaculatio, ſcietur quantò ſit minor verticalis: Verbi gratiâ, ſi 5 ſecundis durauerit, verticalis æquali tempore facta (ſiue deſinat, ſiue diutiùs perſeueret) breuior erit 25 duodecapedis. Idémque de parte verticalis, cum parte horizontalis collatâ dicendum. Exempli gratiâ, ſi verticalis etiamnum perſeuerans 4 ſecundis durauerit, iámque percurrerit 50 hexapedas, horizontalis æquali tempore durans erit 82 hexapedarum, qui numerus præcedentem triginta duabus hexapedis ſuperat, quas verticali ſpatio 4 ſecundorum grauitas ſuffuratur. Omitto alia plurima quæ lector attentus facilè poterit ex hac prop. concludere; qualia ſunt, quâ ve-

locitate glans, aut ſagitta emitti debuerit, vt datum ſpatium verticale, vel horizontale percurrerit: Quomodo prædici poſſit futura iaculatio horizontalis, aut verticalis, ex impetu mobilis exeuntis, & altitudine ſuper horizontem cognitis: Quomodo eliciatur illa ſuper horizontem ſagittarij altitudo, quando datur exploſio horizontalis, &c.

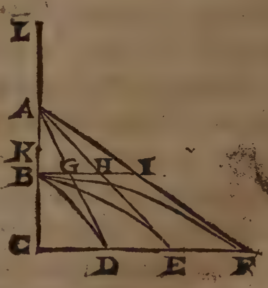
MONITVM SECVNDVM.

IN ſequentibus de verticali iactu rurſum agetur, vt ex eo dato iactuum aliorum ſuper horizontem inclinatorum amplitudines, ſeu longitudines inueniantur: in quibus ſi quid fortè præcedentibus opponi videatur, lector fontem oppoſitionis rimabitur, & ex obſeruationibus agnoſcet, quanto ſit impedimento noxius aër, ne prædictas proportiones ſagittæ, & alia proiecta accuratè ſequantur.

PROPOSITIO XXI.

Datâ horizontali iaculatione, ſagittarijque ſuper horizontem altitudine, dare velocitatem ſagittæ, vel alterius proiecti; datiſque velocitate, & ſuper horizontem altitudine, iaculationem horizontalem inuenire; vbi etiam de duratione iactuum.

SIt iactus horizontalis CD, vel CE, vel CF quotcúmque hexapedarum, cúmque ſagitta eò debeat velociùs emitti, quò eodem tempore plures hexapedas percurret, & eadem velocitate vt iter idem eodem tempore conficiat, velocitas ad CD iactum horizontalem neceſſaria dabitur, ſi fiat vt AB (æqualis altitudini horizontali CB) ad lineam BG (iactui horizontali CD parallelam, & AD tangenti puncti D parabolæ datæ BD occurrentem) ita BG ad BK, ſeu tertiam proportionalem.



Velocitas enim à graui cadente à puncto quietis K ad B acquiſita, ſagittæ à puncto B emiſſæ, & ad G punctum horizontis BI collineanti impreſſa, feret ſagittã ad H, hoc eſt ad D, per parabolam BD:

At verò cùm B C, ex constructione, sit quadruplum B K, & tantundem durare supponatur motus æquabilis C D, quantum motus naturalis sagittæ à B ad C, seu D descendentis, iactus C D duplò magè, quàm casus à K ad B quæsitam velocitatem tribuens, durabit.

Sit, verbi gratiâ, K B 12 pedum, igitur B C, atque adeo C D ei æqualis, erit 48 pedum: quare si velocitas à pila, seu lapidis per 12 pedes à K puncto quietis ad B cadente acquisita verteretur in motum horizontalem B I, spatio minuti secundi percurreret B G lineam duplam lineæ B K, quam minuto secundo graue cadens conficit; cùm ex dictis, ea sit grauis in quocúmque casus puncto sumpti, vel intellecti velocitas, quæ graue deinceps æquali, quo cecidit, tempore, transferat ad spatium duplò maius eo, à quo cecidit, si ex motu verticali K B vertatur in horizontalem B G.

Sit & aliud exemplum, in quo spatium casus A B subduplum est iactus horizontalis C E, qui prædicto casui A B, & altitudini super horizontem B C simul sumptis æqualis est. Ducatur B H parallela C E, & à puncto A ad punctum E ducatur A E tangens puncti E parabolæ B E, tertia proportionalis, vt antea, dabit velocitatem, quâ fieri debet explosio ex puncto B, vt iactus C E habeatur, hoc est vt parabola B E à glande, vel sagitta describatur.

Est autem B A tertia proportionalis, cùm vt A B ad B H, ita B H ad A B. Æqualitas autem quæ est inter C B axem, seu altitudinem parabolæ, & B A sublimitatem, ex qua fit casus tribuens velocitatem quæsitam, id habet notatu dignum, quòd iactus C E, à puncto B factus, & parabolam B E describens, cuius latitudo, vel ordinata C E dupla sit axis, vel altitudinis C B, impetum omnium minimum desideret; nam siue crescat, siue minuatur C B, vel B A, semper maior impetus, seu velocitas requiretur ad C E spatium percurrendum, quàm ea, quæ componitur ex velocitate in puncto B à graui ex A cadente acquisita, & ea, quæ idem graue deprimit à B ad C, quamdiu à velocitate prædictâ à C, seu B ad E transfertur.

Cúmque impetus, seu vis percussionis à proiecto in punctum E peruenientis composita sit ex velocitate A B in B H conuersa, & velocitate B C potentia, siue impetus in E erit ad impetum in C conceptum ex A C, & impetum in E conceptum ex motu C E, vt diagonalis A E ad latera A C, C E, hoc est impetus ex parabola B E duplus erit potentiâ prædictorum impetuum: Vel quod idem est, velocitas ab A ad B acquisita, cuius impetus æquabilis horizontalis, & velocitas naturalis ex B in C, componunt velocitatem,

ſeu impetum A E; cúmque A H ſit ad A B, & B H, vt A E ad A C, & C E, nil refert an impetus per triangulum maiorem A E C, vel minorem A H B explicetur.

PRAXIS.

TElum quiſpiam ex turris, octo hexapedas altæ, ſummitate iaculetur horizontaliter eâ velocitate, quam idem ex octo cadens hexapedis acquireret, horizonti non occurret telum donec 16 hexapedas horizontales confecerit; ſit turris C B, erit C E 16 hexapedarum, ſiue 96 pedum. Si verò iactus fuerit longior aut breuior, ſagittarius ex ſuo iactu cognito concludet quantò teli maior vel minor fuerit velocitas: Si namque fuerit 32 hexapedarum, duplò maior fuit velocitas, ſi 64 hexapedarum, quadruplò maior, & ita de reliquis.

Vnde ſinguli qui lapide è turres, vel alio quouis loco per lineam horizonti parallelam collimantes proiecerint, ex iactus longitudine, (quæ itineris parabolici ordinata, vel axis erit) robur ſuum, hoc eſt impetum, quo mittunt lapides, concludent. Si quis enim, verbi gratiâ, lapidem horizontaliter ad 50 iecerit hexapedas, vis illius æqualis fuit impetui lapidis ex altitudine 25 hexapedarum cadentis ſi locus ex quo lapidem proiecit 25 hexapedis horizonti ſuperextiterit. At de his pluribus, aliàs.

Tertius noſtræ prop. caſus eſt, cùm L B linea, per quam velocitas acquiritur, in horizontalem conuertenda, maior eſt altitudine ſuper horizontem B C. Sit igitur iactus C F ex B puncto factus, velocitas quâ telum, vel lapis mittitur, hac ratione inuenietur.

Fiat vt A B, ad B I parallelam C F, & occurrentem tangenti A F in puncto F parabolæ, ita B I ad B L, quæ eſt tertia proportionalis. Et in numeris vt A B, vel ei æqualis C B 8 hexapedarum, ad B I 12, ita 12 ad B L 18. Quare velocitas, quâ telum à B in F mittetur, à deſcenſu teli per 18 hexapedas producitur: cúmque velocitate in B comparata, & in horizontalem iactum verſâ telum æquali tempore quo deſcenderat ab L ad B, ſit deinceps confecturum ſpatium lineæ L B duplum, citiùs percurretur C F quàm L B, quandoquidem eo tempore quo telum ab L ad B deſcendit, ſpatium ſpatij L B duplum, ſiue C F ei æquale, ſubduplo tempore percurret.

COROLLARIVM.

TRes igitur homines ex B montis, vel turris apice corpus aliquod horizontaliter proijcientes, quorum primus ad punctum D, ſecundus ad E, tertius ad F peruenerit, ſuarum virium menſuram ex lineis KB, AB & LB metientur.

SECVNDA PARS PROPOSITIONIS.

SVpereſt vt ex datâ ſagittarij ſuper horizontem altitudine, & datâ, quâ telum emittitur velocitate, iactus horizontalis longitudinem eliciamus. Quod facilè concludetur ex figura præcedente, in qua linea horizontali CF ducta, CL perpendicularis eleuationem ſuper horizontem CB, vt antea, & lineam BK datæ velocitatis productricem complectatur, has enim inter mediæ proportionalis dupla horizontalem exploſionem tribuet. Verbi gratiâ BG, eſt media proportionalis inter CB & BK, quare dupla BG, hoc eſt CD, dabit iactum quæſitum ex velocitate acquiſitâ per deſcenſum KB. Similiter BH eſt media proportionalis inter CB, BA; & BI eſt media prop. inter CB, & BL. Vnde conſtat vſus, & vtilitas ingens mediæ proportionalis, quæ poſtremæ parti propoſitionis, quemadmodum tertia proportionalis priori ſatisfacit.

Porrò cum eodem arcu æqualiter tenſo, eadémque vel æquali ſagitta collinearit aliquis horizontaliter, & ex aliqua data ſuper horizontem altitudine, iactum horizontalem nouerit, ſciet etiam quantò iactus horizontalis ex alia maiore, vel minore ſuper horizontem altitudine maior, vel minor futurus ſit, quandoquidem iactus, ſeu exploſiones per eandem lineam, ſiue horizontalem, ſiue cuiuſuis alterius ſuper horizontem eleuationis, ſola verticali excepta, quæ ſemper eadem eſt, ſunt in ratione eleuationum ſuper horizontem duplicata, vel ſubduplicata: ſed de his poſteà fuſiùs.

PROPOSITIO XXIII.

Vis percuſſionis cuiuſlibet exploſionis horizontalis æqualis eſt impetui, quem habet corpus exploſum cadens perpendiculariter ex puncto quietis per lineam æqualem altitudini ſagittarij ſuper horizontem, & ſublimitati, ex qua debet cadere, vt concepta eo caſu velocitate fiat horizontalis exploſio. Súntque Parabolarum amplitudines æquales, quarum altitudines, & ſublimitates ſunt inter ſe in ratione reciproca.

EXempli gratia, ſit impetus exploſionis C F, in figura præced. prop. æqualis erit viribus percuſſionis, ſiue impetui eiuſdem vel æqualis corporis à puncto L ad C cadentis, cùm linea L C componatur ex altitudine ſuper horizontem C B, & linea ſublimitatis L B, quibus parabola B F deſcribitur. Facilè verò reperitur punctum ſublime, ex quo fieri caſum oporteat, vt deſcribatur exploſio parabolica, cùm verbi causâ, punctum illud pro iactu B F, quod eſt L, ex tertia proportionali L B reperiatur, quippequæ ſit ad I B, vt I B ad B A, vel B C.

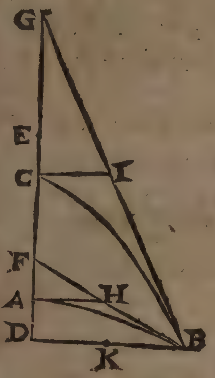
Vnde ſequitur iactus omnes horizontales eiuſdem glandis, lapidis, aut teli, quorum altitudines ſuper horizontem, iunctæ ſublimitatibus, iactuum velocitatem gignentibus æquales ſint, æquales etiam impetus habere, & æqualibus ictibus percutere.

Sunt etiam æquales iactus, horizontales, quorum altitudines ſuper horizontem, & ſublimitates velocitatem tribuentes è contrario ſibi reſpondent, hoc eſt cùm tantò maior eſt vnius eleuatio, ſeu altitudo, quantò minor fuerit alterius ſublimitas, & vice verſâ. Exempli gratia, ſi vna iaculatio ſagittæ fiat ex altitudine 4 pedum, & altera ex altitudine 16 pedum, ſi primæ ſublimitas ſit 16 pedum, ſecundæ ſublimitas erit 4 pedum, erúntque iaculationes, & percuſſiones æquales; id eſt ſi primæ velocitas incipiens aquiſita ſit à deſcenſu per 16 pedes, & alterius velocitas à deſcenſu 4 pedum, primæ ſuper horizontem altitudo debet eſſe quadrupedalis, ſecundæ verò 16 pedum, & ita de reliquis, quod Hetruſcus ex rectangulorum & quadratorum æqualitate probat.

PRAXIS.

PRAXIS.

POrrò iſtius propoſitionis Theoriam ſi praxis ſequatur, admodum iucunda eſt, cùm ex qualibet ſuper horizontem altitudine, quotuis homines globulos explodere, vel ſagittas emittere poſſint, qui ex vno ſuper horizontem pede, & qui centum pedibus, ad eundem ſcopum collineent, idemque punctum percutiant, dummodo qui ex centupedali altitudine laxat arcũ, eò minori velocitate ſagittã mittat, quò fuerit altior. Quod facilius ex ſequente figura intelligitur, in qua D B refert horizontem, vel parabolæ A B amplitudinem, ſuper qua maior altitudo D C, minor verò D A; quæ tamen iactum horizontalem æqualem habent, nempe D B; quandoquidem, vt dictum eſt, iactus habent eandem horizontalem magnitudinem, quorum ſublimitates altitudinibus iunctæ ſunt æquales, vt hîc contingit, cùm altitudo ſupponitur D A pedis vnius, & ſublimitas A G, 7 pedum; vel altitudo D C, 4 pedum, & totidem pedum C G ſublimitas: alioqui ſi ſagitta diſcedens à puncto C æqueve velociter ac ex puncto A moueretur, iactus ex C duplus eſſet iactus ex A, vt oſtenſum eſt tractatu de Hydraulicis; aeris tamen reſiſtentia proportionem iſtam minuit.



Itaque iactus eſt ſemper æqualis, ſiue ſagittarius ſit terræ propior, vel quantumuis eleuetur, dummodo motum tardiorem, ex minori ſublimitate oriundum, velociori compenſet, ex maiori altitudine comparato; quod facillimum eſt ſi quis arcu minus & magis ſinuato ex maiore & minore ſuper horizontem altitudine ſagittas emittat: Exempli gratiâ, ſi arcus ex puncto A ſagittam ſuam horizontaliter verſus H iaciat, quæ horizonti occurrat in puncto B, & idem arcus eandem ſagittam emittat ex puncto C verſus I, quæ ſimiliter horizonti D B occurrat in B, velocitas ſagittæ ex A miſſæ duplò maior eſſe debet velocitate, quâ mittitur ex C, quandoquidem tempus caſus à C ad D, ex puncto quietis D, duplum eſt temporis, quo ſagitta cadit ex A puncto quietis in D, qui caſus fiunt per parabolas C B & A B.

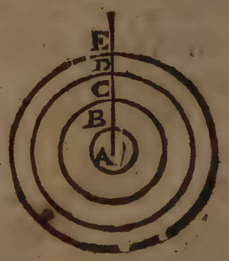
MONITVM.

QVæ hactenus à propoſ.22. hucuſque dicta ſunt, clariùs in ſequēte explicamus, ne quis in eiuſcemodi capiendis tantiſper laboret, non enim tam in doctorum, quam in aliorum gratiam ſcribimus. Has tamen propoſitiones in iaculorum ſolarium gratiam, ſequente propoſitione interiectâ, tantiſper nobis liceat interrumpere, vt qui ſe dixerint Solis Equites, nouerint quâ velocitate ſuas ſagittas emittant.

PROPOSITIO XXIV.

Iaculorum ſolarium robur, velocitatem, & longitudinem dimetiri: vbi fundamenta reflexionis, ac refractionis explicantur.

SIt Appollo ἀργυρότοξος, vel Sol radians A, quibus Poëtæ τόξα tribuunt ἔνθεα, quòd radios ſuos vt totidem iacula, vel ſagitas circa ſe in orbem magnum conijciat; habeatque circa ſe concentricos orbes AB, BC, CD, & quotuis alios, quos intumeſcendo dilatet: ſunt enim nobiles Philoſophi qui credant ſolem eſſe cordis inſtar, qui ſuâ diaſtole & ſyſtole magnum orbem calefaciat, & illuminet; quos inter ſubtilis Hobs putat, aut ſupponit in diaſtole Sphæram totam, cuius ſemidiameter A B, intumeſcere, atque adeo medij partem, quæ fuerat in orbe B C, exire in locum ſibi æqualem proximum, nempe in orbem C D, idque eodem tempore, quòd eo inſtante, quo motus incipit à B verſus C, neceſſe ſit vt incipiat motus à C verſus D, & à D verſus E, & ab E prorsū; adeovt oculus in qualibet à ſole diſtantia poſitus, verbi gratiâ in E, eodem inſtanti feriatur in E, quo ſolis incipit dilatatio in B, eodemque inſtante motus ille in E, perueniat ad retinam & cerebrum, quod reagat per neruum opticum, retinam & alias oculi membranulas, per eaſdem lineas verſus ſolem, quibus ſol ipſe priùs egerat, vt in omnibus paſſis aliqua reactio intelligatur.



Cùm autem exteriores orbium circumferentiæ ſemper maiores ſint inferioribus, erunt reciprocè craſſities interiorum orbium maiores exterioribus, hoc eſt maior erit B C, quàm C D, & C D, quàm D E.

Quare licet tota ſolis illuminatio fiat in inſtanti, motus tamen à ſole, vel alio lucido propagatus debilior eſt longè, quàm propè, cùm enim B G ſit maior quàm C D, & C D quàm D E, velocior eſt motus propagatus in B C, quàm in C D, & in C D, quàm in D E, &c.

Hic autem motus non dicitur lumen, donec illud ſentiamus foris ante oculos, poſt cerebri reactionem, quæ phantaſma lucis inter oculum & lucidum conſtituat. Vnde poſſis duas illas celeberrimas Platonis & aliorum ſententias conciliare, quarum vna viſionem ſtatuit in radiorum interiori ſuſceptione ſeu receptione, altera in extramiſſione, cùm ambæ concurrant.

Lumen igitur erit apparitio, ſeu phantaſma ante oculos, motus illius, qui propagatur à lucidi diaſtole, ſiue tumeſcentia ad cerebrum, & inde retrò per oculos ad medium; vel lucidi imago concepta in cerebro; quæ cùm perturbata fuerit, color appelletur.

Porrò ſemidiametri prædictorum orbium, A B, A C, A D, & A E, ſuperant ſe vt numeri 1, 2, 3, 4, &c. in quorum ratione triplicata cùm ſint ipſi orbes, erunt ſemidiametri inter ſe vt radices cubicæ prædictorum numerorum; eritque A B ad B C, vt latus cubi ſimpli ad latus cubi dupli, minus latere cubi ſimpli; & B C ad C D, vt latus cubi dupli, minus latere cubi ſimpli, ad latus cubi tripli, minus latere cubi dupli: & C D ad D E, vt latus cubi tripli, minus latere cubi dupli, ad latus cubi quadrupli, minus latere cubi tripli, & ſic in infinitũ.

Hinc fit vt ſit maior A B, quàm B C, & B C, quàm C D ratio, &c. & æqualibus temporibus maiora ſpatia pertranſeantur, ſitque motus eò tardior, quo magis à lucido, ſeu motore diſcedet, ratione quæ ſequitur. Sit ſpatium inter lucidum & oculum quadrifariam diuiſum, velocitas lucis per primam partem diffuſæ, eſt ad velocitatem eiuſdem per ſecũdum ſpatium, vt latus cubi ſimpli ad latus cubi octupli, minus latere cubi ſimpli; & ad velocitatẽ in tertia parte, vel latus cubi ſimpli ad latus cubi vigintiſeptuli, minꝰ latere cubi octupli, & ita de reliquis.

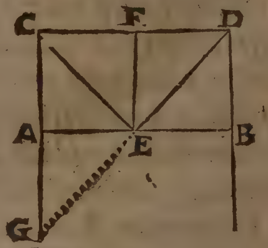
Cùm enim A B ſtatuatur (in hac hypotheſi ſpatij in 4 partes æquales diuiſi) æqualis B C, & B C æqualis C D, erit A C ad A B, vt latus cubi octupli ad latus cubi ſimpli; & ideo A B ad B C, vt latus cubi ſimpli ad latus cubi octupli, minus latere cubi ſimpli, &c. vt antea.

Quæ pauca præmittenda fuerunt ex philoſophia prædicti viri ſubtilis *de motu, loco & tempore*, vt ſagittarum Appollinearum velocitatem quibus ſol omnia configit, facilius intelligamus. Radius enim quilibet concipi poteſt vt iaculum, cuius pars craſſior, ſeu baſis lucidi, parti viſæ ſit æqualis, vt ſpiculum quo tangimur, nobis etiam æquale ſit, hoc eſt toti corpori, vel oculo, vel alteri parti tactæ, ſeu illuminatæ.

Iam verò conſideremus quibus modis ſol feriat; quem in puncto A, per lineam A C agentem, in patiens B D, in puncto C, intelligere poſſumus; quod patiens vel perfectè reſiſtet A C radij, vel ſagittæ penetrationi, eumque remittet per lineam C E, ad angulos æquales; vel ipſe radius alium recipiet ictum, hoc eſt fortiùs ex C repercutietur, quàm illud antea percuſſiſſet; tuncque reflectetur ad punctum F, verbi gratiâ, hoc eſt eodem tempore, quò peruenerat ab A ad C, ſaliet à C ad F; & angulus reflectionis F C D, maior erit angulo incidentiæ A C B; vel denique partem aliquam ſuæ velocitatis amittet, ob patientis B D mollitiem, vel alia de cauſa, tuncque reſiliet minori velocitate à C ad G, eritque G C D, reflexionis angulus, minor angulo incidentiæ.

Quid ſi ſagittalem radium A C, intelligamus in puncto C ab infinita vi repercuti? Numquid per lineam C H reflectetur? Idem iudicium de pilâ perpendiculariter ab I in C cadente, ſi enim reflexio iuuetur ab aliquo agente in C intellecto, puta à reticula, vel aliquo elaterio, reflectetur non ſolum vſque ad I, ſed altiùs, verbi gratiâ ad H. Si verò partem velocitatis amittat, quam non aliunde reparet, reflectetur tantùm ad K, vel, amiſſâ totali velocitate, hærebit in puncto C.

Quæ omnia vt meliùs percipiantur, & maiores Catoptricæ difficultates paucis attingam, ſit rurſus ſol in C puncto, qui licet per radium C E percutiat planum horizontale A B, intelligatur tamen vim ſuam imprimere per planum C F, in A E planum deſcendens; quo ſenſu nullam vim in planum verticale F E exerat, ſed per planum C A parallelos in F E procedens agat, clarum eſt punctum C futurum in E puncto, cùm planum C F ad A E planum, & planum C A ad planum F E peruenerit; atque adeo radium C E, compoſitum intelligi poſſe ex motu puncti C in A, & C in F, cùm enim eodem tempore moueri concipiatur à C in A, quo à C in F, tandem in E puncto reperietur.



Maxima verò difficultas in eo ſita videtur vt ſciamus cur radius C E reflectatur ab E in D, non autem in E, veluti pondus A B, planum ſemper impellens, maneat; idémque de pila concludendum, quæ cùm totum ſuum motum plano A B communicaſſe videatur, vel in E

quiescere, vel per planum E B labi deberet, si motum illum retinuit, quo vergebat à C ad D, vel à C A ad D B.

Quæ quidem difficultas eò viros quosdam adegit ad duo qualitatum vel potentiarum admittenda genera, quarum aliæ pertinaciùs adhærerent plano, vt contingit lapidi, & ferro; cùm enim ad terram, aut magnetem peruenerint, non inde resiliunt; aliæ verò cogerent ad resultum corpora, vel qualitates, nempe radios tam lucis, quam caloris, odoris, caloris, &c.

Alij credunt in puncto E, & quibusuis reflexionis punctis fossulam ab impacto corpore, radioque fieri, quæ, velut elaterium, eadem vi ac velocitate radium, pilam, &c. repellat; idque ad angulos æquales, quòd radius eadem velocitate remittatur ab elaterio E, vel à plano E B ad F D planum, quâ venerat ex C, vel C F in A E: nihilque de velocitate perdiderit, quam à C versus D ab initio sui motus acquisiuit, & quâ perueniret ab E ad B eodem, vel æquali tempore, quo priùs à C ad F, vel E peruenerat; etiam si motum omnem amisisset, quo ferebatur in planum A E. Adde pilam & alia corpora nonnihil introrsum recuruari, adeovt resultus tam à pila, quàm à plani reflectentis restitutione iuuetur.

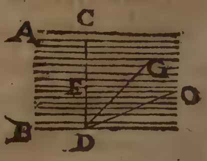
Alij denique censent primum motum radio, vel missili C impressum in puncto C, sufficere, vt fiat reflexio in E, à quo nulla ratione velocitas minueretur, si tam missile, quàm planum essent perfectè plana, & dura, seu duritiei infinitæ; cùm iuxta secundam sententiam præcedentem, super isto plano nulla reflexio futura sit, quòd desit repulsio, quod enim perfectè durum est, non potest deprimi, quod non deprimitur, non reuertitur, igitur nulla reflexio fiet, nisi motus in missili manens retrahat illud, & in partem auersam trãsferat, iuxta sententiam alteram; de qua, vel de alijs iudicium ferre neque locus neque voluntas, cùm mihi sufficiat missilium, & mobilium phænomena fideliter exprimere. Addo tamen irradiationem, seu percussionem radij C E in planum A B, eò debiliorem esse perpendiculari F E, vel C A, quò C E linea maior est lineâ C A, hoc est vt linea C E ad C A, ita reciprocè percussio C E ad C A: quod etiam pilis, & globis in muros impactis accommodare licet, vt ex radio, siue iaculo solari transfeas ad artem militarem. Itaque radius C E in planum D G fortiùs agit, quàm in plarum A B: vt iam possis de vi radij qualibet inclinatione percutientis iudicare.

Omitto locum imaginis obiecti in C positi, vel ipsius lucidi, oculo ex D spectanti occurere in puncto G, vt alia nonnulla ex viri subtilissimi libro citato petam circa duo lucida distincta, quæ punctum æqua-

liter diſtans tunc fortiùs illuminant, cùm illud minori angulo feriunt: quod ita demonſtrat:

Sint duo lucida A B & C D, eadem, vel æqualia; radientque A & B ſimul in punctum E; & C D in punctum F; ſintque diſtantiæ A E, & B E, diſtantiis D F & C F æquales inter ſe; ſit tamen A E B angulus angulo D F C minor; punctum E magis illuminabitur; ducantur enim A H, & B G; deinde C K & D I, itavt anguli E A H, & E B G non ſolùm inter ſe, ſed etiam angulis F C K, & F D I ſint æquales, vterque vtrique: fient per rectas A H, & B G duæ radiationes concurrentes in L; & per rectas C H, & D I, aliæ duæ concurrentes in N: ex quarum concurſu fiet motus compoſitus per rectas L E & N F: cumque motus per A H, & B G, propter angulum A L B minorem angulo C N D, minùs ſibi mutuò opponantur, minus ſibi mutuò auferent à ſua ipſorum velocitate; quapropter motus per L E compoſitus ex motibus per A H & B G, velocior erit motu per N F, compoſito ex motibus C K, & D I: erit igitur velocior, hoc eſt fortior actio lucidorum A & B in punctum E, quàm C D in F.

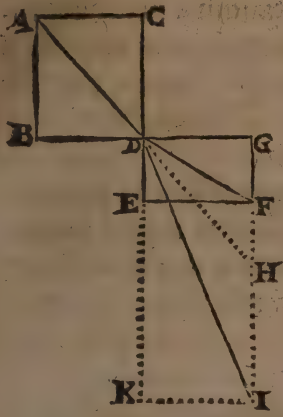
Ex quibus etiam intelligitur ratio cur obliquè illuminata debiliùs illuſtrentur; ſit enim, exempli gratiâ, paries vel planum quodpiam C D, quod à corpore lucido radijs A B parallelis, & plano C D perpendicularibus illuminetur; ſitque planum ei æquale D G, vel D O obliquè poſitum, conſtat ex ipſa figura, pluribus radijs C D, quàm D O percuti, & ex conſequenté minus illuminari.



Hactenus ſolis iacula per lineam vnicam rectam ferientia vidiſti: Num exiſtimas adeo fortia eſſe, vt retundi, vel frangi nequeant? Dubio procul franguntur occurſu medij diuerſi: ſit enim B G aquæ ſuperficies, quam radius ex A, ſeu ex aëre veniens, percutiat in puncto D; conſtat experientiâ radium non rectâ pergere, itavt eandem rectam lineam A D in aëre ſitam continüet, & producat à D in H ſub aqua; ſed diuergere, ac torqueri, ſeu frangi in lineam D I, quam non mutat, quandiu aquam permeat; ex qua ſi verſus I punctum in aërem egreditur, rurſum frangitur, ſed in partem auerſam.

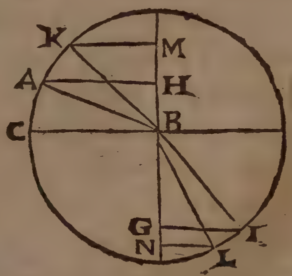
Vbi aduertendum pilam, aut aliquod aliud miſſile, ex A per A D in aquam, quam profundiùs ingreditur, emiſſum, non accedere ad

perpendicularem D E, inſtar radij, ſed ab ea diuergere per lineam D F, eo ferè modo quo radius ex aqua diuergit in aërem.



Sed cùm hîc de radijs ſolaribus agatur, ſupponamus radium A D (cuius velocitas ex motu A C & A B componi dicatur) duplicare ſuam velocitatem, quâ ferebatur deorſum ex A in B, vel ex C in D, in contactu ſuperficiei aquæ B D G; ſed eandem retinere, quâ ferebatur dextrorſum ab A ad C, vel à B ad D; proptereaque faciamus D K lineam duplam lineæ C D, & K I æqualem lineæ B D, certum eſt radium A D iturum à D in I, ad quod perueniet eodem, vel æquali tempore, quo priùs ab A ad D, ſubduplâ nempe velocitate, perueneRat.

E contrario D E fieri debet ſubduplum D C, ſi concipiatur radij A D velocitas duplo fieri minor contactu ſuperficiei B G in puncto D; neque tamen minuenda erit E F, cùm nihil illius amiſerit velocitatis, quâ fertur dextrorſum ad G F, ſola ſiquidem D G ſuperficies ei opponitur: hocque caſu radius A D non ad H, quo ferretur in eodem medio, ſed ad punctum F perueniet. Quæ ſi fuſiùs explicata velis, adeas Illuſtri viri Dioptricam, à pagina 15, & deinceps; cuius inuentioni debes veram refractionum proportionem, quæ in eo ſita eſt, vt quemadmodum ſinus anguli vnius inclinationis ad ſinum anguli inclinationis alterius, ita ſinus anguli refracti in vna inclinatione, ad ſinum anguli refracti in altera. Ex qua proportione cùm omnia deriuentur, quæ pulcherime toto libro expoſuit, illam ſequente figura proponam.



Sit igitur in circulo K C I, lucidum in A, & in K, ex quibus iaculetur radios A B, & K B ex aëre in aquam, ſuperficie C B diſcriminatam; ſitque radij magis inclinati A B refractio B I, ducanturque à punctis A & I rectæ A H & I G, diametro M N perpendiculares; Hæc vnica obſeruatio ſufficiet vt omnes aliæ refractiones cuiuſuis radij cognoſcantur, ſit enim K B radius, & à K ducatur K M diametro M G perpendicularis; ex qua ſola linea refractionem habes abſque vlla experientia, quandoquidem vt A H ad I G, ita K M ad

aliam, quæ reperietur L N; exmpli gratiâ, si A H sit I G sesquialtera, erit etiam M K sesquialtera L N, & ita de reliquis, vt iam tanti virì beneficio fiat ludus puerorum, quod tandiu crux ingeniorum fuerat. Vbi notandum est radium K B ex aëre in aquam C B trãseuntem, non ideo ferè tertiâ sui impetus parte facilius, aut celerius per illam, quàm per aërem transire, quòd densior, sed quòd durior sit; idemque de chrystallo, vitro, &c. esto iudicium.

Cum autem possit vnusquisque mille iaculorum solarium proprietates eruere, & explicare quot modis illorum velocitas augeri, minuique possit, non est quòd plura subiungamus, suum enim Apollinem ἑκατηβόλον aureis sagittis ornare poterunt, qui versibus delectantur; in quorum gratiam sequens esto Monitum.

MONITVM PRIMVM.

De luminis velocitate, ac tarditate.

Sint iacula solaria, atomorum rotundorum, vel materiæ subtilissimæ motus, vel quidquid libuerit: an illorum motus à sole, vel stellis ad nos vsque instantaneus est? certè si quoties videmus solem, aut stellam, necesse fuerit ab illiùs corpore ad vniuscuiusque oculum particulam aliquam aduenire; verbi gratiâ, si quando sol surgit ex horizonte, iaculum atomicum ex sua pharetra depromat, si motus non sit instantaneus, admirabili tamen velocitate 1200. terræ semidianetrorum spatium transcurrit, cùm vix super horizonte pars eius aliqua emineat, quin eodem tempore spectantium percutiat oculos. At verò si Dioptricam illustris Viri sequimur, non erit ille motus admirabilior illo motu, quem lapis baculi extremo suprapositus infert manui alteri extremo adhibitæ, quod perinde fiet si baculus à terræ superficie ad stellas vsque productus intelligatur, digitus enim baculo subpositus peræquè & eodem momento sentiet pondus baculi extremo stellis vicino, vel etiam stellas spatio quouis superanti alligatum, quo perciperet motum eiusdem ponderis, si baculus vnius esset hexapedæ. Idemque cogita de sole subtili cuidam orbis magni materiæ incumbentem, quæ cùm per omnia corpora diffusa sit, sol non potest illam rectâ premere, quin oculus motum illum percipiat, siue motus ille sit velocissimus, siue paulo tardior.

Quod dictum velim vt in præcedente figura intelligas lumen ex K in B minori velocitate quam ex B in L, aut vice versa diffundi posse,

licet

licet oculus in L;& in B eodem momento lumen ſentiant; Quod etiam in prima figura propoſitionis iſtius A B C D E videre eſt,eodem enim tempore quo ſol à puncto A mouetur ad punctum B, vel (ſi fuerit ſol immobilis) quo materia tangens illum, percurrit ſpatium A B, eodem tempore materia ex B mouetur in C, & alia materia ex C in D, &c. atqui ſpatium A B maius eſt B C, & ſpatium B C maius ſpatio C D, quare tardior eſt motus in ſpatio B C, quàm in ſpatio A B, licet eodem momento quo fit motus in A,fiat etiam motus in D, & omnes oculi, quouis in circulo, ſolem, aut aliud lucidum, putà ſtellas, aut facem, eodem momento conſpiciant.

Vbi plura notari poſſunt, nullam verbi gratiâ futuram luminis refractionem, ſi poſt primum ætheris, aut materiæ ſubtilis orbem, cuius ſemidiameter A B,reliquum ſpatium à B ad E,vndequaque vitreum eſſet, vel primus orbis prædictus vaſe vitreo impenetrabili cõcluderetur ,tunc enim non haberet materia incluſa quò confugeret: quæ omnia fuſiùs explicanda velim à nobili Philoſopho Hobs poſtules, aut expectes.

MONITVM II.

De cauſa motus Solis, vel Terræ.

SI quod aiunt obſeruatũ,nempe ſolem circa axem Eclipticæ cõuerti, quòd illud maculæ demonſtrent,prætereaq; motum ſui expanſiuum habere, quo circumpoſita moueat, hoc eſt illuminet, poteſt intelligi cauſa motus annui terræ, ſi tamen ita moueri ſupponatur: ſol enim motu expanſiuo aërem contiguum premet, ſuoque motu conuerſionis illum ſimul cõuertet eadem celeritate qua vertitur; intereaque remotior aër tanta ſui circuli parte conuertatur, quanta eſt tota conuerſio primi aëris, vt tempora, quibus omnes partes aëris conuertuntur, in eadem ſint inter ſe ratione, in qua rectæ, quibus à ſolis ſuperficie deſtiterint.

Cumque terra in aëre ſita motui nihil, aut parum admodum reſiſtat, ad motum aëris ſibi contigui mouebitur, vt nauis in mari abſque remis & velis, idque in ecliptica motu circulari, vt & planetæ, demptis quibuſdam impedimentis mutuis, quibus ſeptem aut octo gradibus ab ea recedunt.

Difficilior videtur motus diurnus, ob quem explicandum vir ſubtiliſſimus cap. 28. ſuæ de motu philoſophiæ ſupponit terræ duritiem eſſe motum aliquem partium, quo reſiſtit; quem, ſibi naturalem, vt ſeruet

quantum poteſt, recedit à quolibet motore, quantum ei fuerit neceſſarium ad illum motum liberrime exercendum; quam motus libertatem ſui ad ſolem conuerſione diurnâ optime conſeruet; quò referre poſſit trochilum ſuæ toſtionis adminiſtrum, quem videlicet aiunt verutum, quo transfigitur ad prunas circumagere.

At verò ſolidiſſimus Geometra Roberuallus, in Syſtematis mundani cauſis explicandis, exiſtimat hunc motum ab aëre terram circumſtante oriri, qui cùm propter varias terreſtris globi aſperitates, liberè moueri nequeat, impingens in partes prominentiores, illum moueat: aër verò moueatur per rarefactionem à calore ſolari profectã, qui dum maiorem locum quærit, terram ſibi reſiſtentem tantiſper initio mouet, & variis ictibus repetitis illi tandem motum diurnum imprimit: qua de re fuſiorem illius tractatum expectare poſſis.

MONITVM III.

PRopoſitione ſequente varias obſeruationes proponimus, ex quibus Tabula iactuum conſtrui poſſit; quibus Ingenioſi, & qui tormentis bellicis præſunt, colophonem addent, ſi Balliſticæ velint artem perficere.

PROPOSITIO XXV.

Varias obſeruationes Bombardarum militarium explicare; & quod in medio non impediente contingeret globis exploſis, cum iis quæ patiuntur in aëre, multifariam conferre.

CVm in ſolis catapultis mediocribus globorum iactus explorarim (quas vulgò dicimus *Arquebuſias*) qui in aſcenſu, & deſcenſu ſimul ſumptis 22, 23, vel 24 ſecunda minuta inſumunt, Petrus Petitus, vir in obſeruando peritiſſimus & accuratiſſimus, dum Francopoli degeret, rogatus à me, bombardæ maioris ad 22 eleuationis gradus iactum, cuius globus ferreus librarum $33\frac{1}{3}$, inuenit 1900 hexapodum, quas globus ſpatio 20, 21, vel 22 percurrit; dum 8 hexapodis in arce, ſolo communi, ſiue horizonti ſuperextaret; quo ex loco globus 12 librarum, cum totidem pulueris pyrij libris, ad 16 ſuper horizontem gradus eleuationis exploſus, 16 in aëre ſecunda conſumpſit.

Præterea *Culuerina* 12 pedes longa, horizontalitérque directa, dum ſex hexapodis horizonti Oceani ſuperextaret, globum, cuius diameter

ferè quinque digitorum, emisit, cuius iactus horizontalis octo secunda in aëre durauit; cùm tamen globus alter, cuius diameter digitorum $6\frac{1}{2}$, ex altera bomborda pedes $12\frac{1}{2}$ longa, etiam horizontaliter explosus, sola 6 secunda in aëre consumpserit. Altera bombarda ad quindecim eleuationis gradus explosa, iactum globi sui dedit vigintiquatuor secundorum.

Culuerina ferrea pedes decem longa, cuius globus diametrum habuit ferè quatuor digitorum, horizontaliter directa, & nouem hexapedis superficiei maris superextans, tres dumtaxat secunda insumpsit in suo iactu horizontali; post quem quinquies reflexa super Oceanum quatuor alia secunda consumpsit.

Tribus etiam diebus ante captam Theodonis villam, obseruauit Robervallus, Geometra noster, globos bombardarum ex vrbe in nostros milites explosos, plerumque 14 duntaxat secunda in aëre insumpsisse, post quæ tam sibilus grauior & grauior factus, quàm vis & motus globorum extingueretur, idque ferè post dimidiam leucam peractam.

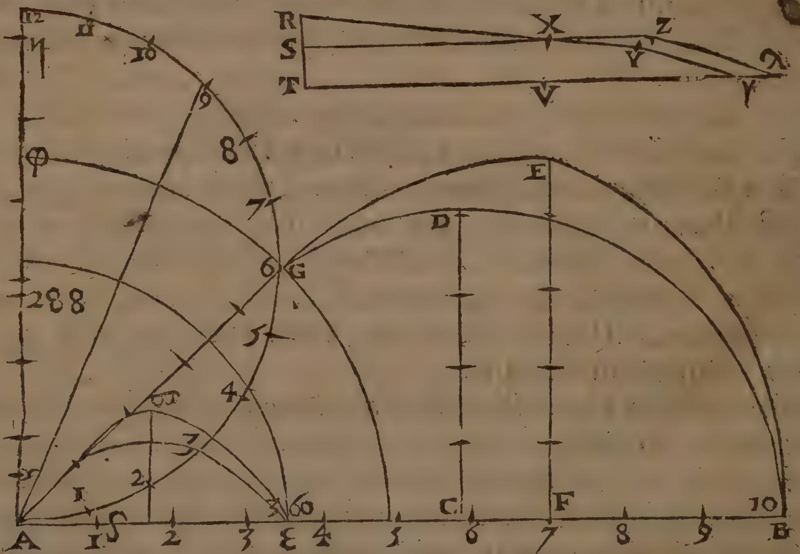
Quibus suppositis facilè concludemus ex propositione præcedente, quanti debeant esse iactus cuiuscumque super horizontem eleuationis, si se habeant inter se, vt iactus in medio non impediente. Hoc est, si quemamodum, exempli gratiâ, iactus 45 graduum duplus est iactus verticalis in medio non impediente, ita sit iactus medius ad verticalem in aëre, & ita de reliquis; quod obseruationes solæ docebunt; quæ tamen sunt difficillimæ in tormentis, aut arcubalistis maioribus, præsertim in verticali, cuius altitudinem vix certò nosse possumus, nisi rupes quædam prærupta satis alta reperiatur, ad cuius vel apicem, vel certum locum, globus, vel sagitta perueniat, cuius postea verticis, vel loci possimus altitudinem dimetiri.

Nullæ siquidem turres satis excelsæ; & descensus, seu casus globi, cuius tempore credidimus aliquando reperiri locum, ad quem globi, sagittæ, & alia missilia verticaliter ascendendo perueniunt, ideo fallit, quòd eandem semper accelerationis in descendendo rationem non obseruent, vt ex sagittis constat, quibus cùm ex ascensu 50 hexapedarum contingat in descensu retardari, possit etiam ipsis globis simile quidpiam accidere, cùm ex mille, verbi gratiâ, descendunt hexapedarum altitudine.

His autem difficultatibus possis occurrere; si Delphinatus illa rupe, cuius altitudinem aiunt 600, vel plurium hexapedarum, vulgò *Saut du Gendarme*, saltu militis, vel alia simili vtaris; ex qua si lapis, vel globus ferreus, aut alterius materiæ decidat, tempus notabitur, quo des-

cenſus perficietur: ſi enim, verbi gratiâ, ex 648. hexapedarum alti-tudine, ſpatio 18. ſecundorum, ceciderit (vti reuera caderet, ſi ſpa-tia conficerentur in duplicata ratione temporum in totali deſcenſu) rectè iudicauimus antea de altitudine verticali, (quam attingit glo-bus tormenti mediocris) hoc eſt de 288. hexapedarum altitudine: quod tamen non exiſtimem; alioquin medius eiuſdem tormenti ia-ctus ad minimum verticalis illius duplus eſſet, hoc eſt 576 hexape-darum, cum ne quidem illum 400. hexapedarum inueniam.

Præter has obſeruationes, placet eas apponere, quas *Galeus* plu-rimorum Ducum Ingenioſus, propriâ manu ſcriptas, & à ſe factas coram illis (nempe coram *Spinola*, *Buquois*. & Archiduce) mihi dedit: Quas vt faciliùs intelligas, ſit Catapulta maior K horizonti parallela, quam vulgò *Canon* appellamus, ſitq; oculus collineans per puncta I &



O; poſito iactu horizontali O P, vel in figura ſubiecta S X, vel T V, ait reliquum iactum, qui curuatur, donec horizontem attingat in puncto λ, eſſe propemodum iactui horizontali æqualem, hoc eſt tantundem fere ſpatij à pila confici ab eo puncto, quo flecti-tur verſus horizontem, donec illum attingat, quantum ante flexio-nem confecerat.

Iam verò transferamus iactum illum horizontalem O P, vel T V, ad inferiorem figuram, in qua A B sit planum horizontale; sitque iactus prædictus horizontalis, quem vulgò dicimus *à niueau*, vel *de poinct en blanc*, A I; contendit Galeus iactum medium 45. graduum, qui longissimus est omnium, esse iactus horizontalis O P, seu A I vndecuplum; & in illis catapultis, quæ maioris præcedentis sint $\frac{1}{2}$, esse ad A I, vt 10 $\frac{1}{2}$ ad 1, & in minoribus catapultis, vt 10, ad 1. hoc est in nostra figura, vt A B ad A 1: in qua iactus medius est A G E B; est enim iactus medius qui per medium quadrantem φ 5. transit, quod vocant punctum sextum, cum sit pars media semicircumferentiæ A, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, in 12 partes æquales diuisæ; quæ iuncta quadranti φ 5, vtilis esse potest ad catapultam in qualibet super horizontem eleuatione dirigendam, si non solùm in 12 partes, sed etiam in 180. gradus diuisa fuerit.

Hincque concludit iactum horizontalem mortuum, quem vocant *portee morte*, hoc est in figura, R λ, esse ad medium iactum, vt 1 ad 6; vel in minoribus catapultis, vt 1 ad 5. Qui iactus mortuus horizontalis est ad iactum eleuationis vnius gradus, vt 5 ad 6, vel exactiùs vt 55 ad 67, vel vt 14 ad 17.

Cùm autem impeditur catapultæ maioris recessus, iactum mortuum horizontalem, eo iactu qui fit cum recessu, maiorem esse vnâ parte septimâ, vel octaua, vel nona, vel decimâ; in minoribus catapultis, vnà parte 12, vel 15.

Præterea iactum medium A 6 E, rectà pergere absque inflexione asserit, per lineam A G, quæ sit ferè A 5 æqualis, hoc est iactus horizontalis ferè quintupla, vel $4\frac{1}{2}$: deinde non solùm ascendere ad D punctũ, vt maxima medij iactus altitudo sit horizontalis iactus quadrupla, & respondeat lineæ A C, iactus horizontalis sextuplæ; quod ex obseruationibus ait falsum esse aduersus Tartagliam; maximam enim altitudinem esse F E, puncto 7 respondentem, hoc est ad 7 iactuum horizontalium ab A catapultâ distantias, vt sit F E propemodum quintupla iactus horizontalis.

Rectè Galeus suspicabatur iactum illum medium ad lineam curuam hyperbolicam, vel parabolicam accedere, idque solùm ex obseruationibus, non vi rationis, quam toties explicauimus. Porrò maximum 45 graduum iactum facit 16200 pedum, hoc est nostrarum hexapodarum 2700; qui cùm pedibus, nostris minoribus, vti potuerit, 2500 reponere possis sexpedas, vt ille iactus leucæ nostræ respondeat, & globus proximè minuti dimidium, seu 30 secunda cur-

rat per aërem. Cúmque iactus mortuus horizontalis sit $\frac{5}{6}$ medij, erit 2700 pedum, seu 450 sexpedarum; quo posito iactus horizontalis vix 200 hexapedas superabit.

Hac autem arte tabulam graduum omnium iactus ostendentem condit; iactum horizontalem mortuum 2700 pedũ, ex medio iactu 16200 pedum aufert, vt differentia 13500 pedum habeatur; quam pro quolibet gradu ita diuidit, vt sit quotiens $13\frac{1}{23}$ pedum, quibus in quolibet gradu iactus augeatur. Quem numerum ex illa relicta differentia 13500, per 1035 diuisa, reperit. Hic verò numerus est summa numerorum omnium ab 1 ad 45, vt constat ex numeri 46 dimidio 23, in 45 ducto.

Itaque crescet vnusquisque gradus hocce $13\frac{1}{23}$ pedum numero, qui dabit primam differentiam, initio à iactu 45 graduum facto, vt in tertia tabulæ sequentis columna videre licet: cuius tabulæ situs est vsus in inueniendo iactu ad datam super horizonte eleuationem.

Prima verò columna gradus habet à *90* ad 45; secunda gradus continet ab *o* seu zerone, etiam ad 45, vt ex duabus columnis vnica incipiens ab 1, & desinens in *90* intelligatur. Tertia complectitur omnes differentias iactuum omnium quarta columna cõprehensorum: exempli gratia, iactus vltimus, quem medium appellamus, vtpotè 45 graduum, 16200, iactum 44 graduum superat pedibus $13\frac{1}{23}$, idemque de cæteris iactibus vnico gradu discrepantibus esto iudicium.

Porrò numerus (*23*) initio *3* & 4 columnæ parenthensi clausus, est fractionis denominator, cuius secundi vtriusque columnæ numeri sunt numeratores; verbi gratiâ, numerus vltimus *3*, columnæ primæ, supponit denominatorem illum (23) cum quo facit $\frac{1}{23}$. Eodemque modo numerus vltimus quartæ columnæ, 22 supponit denominatorem (*23*) cum quo facit $\frac{22}{23}$; quod iactus 44 graduum sit 16186, cum illa fractione.

Iam igitur inueniendus sit iactus 15, vel, è regione, 75 graduum, numerus quartæ columnæ positus ad dextram è directo, dat pedes 10134 $\frac{18}{23}$. Est enim obseruandum iactum cuiuslibet gradus sub altitudine 45 seu eleuatione graduum, æqualem esse iactui cuiuslibet gradus super eleuationem 45 graduum: exempli gratia, cùm primus gradus æquè distet à 45, ac 89, isti duo iactus, columnarum initio positi, sunt æquales. Quæ quidem æqualitas in horizontali plano AB figuræ præcedentis debet intelligi.

Hæc Tabula non solùm catapultis longioribus, sed etiam breuioribus, cuiuscunque generis, & pilarum ingentium excauatarũm iactibus agnoscendis, quos vulgò *bombes* appellant, quin & iaculis ma-

Tabula Iactuum ad singulos eleuationis angulos.

Gradus eleuationum.		*Progr. Arith.*	*Iactus in pedibus.*	*Gradus eleuat.*		*Progr. Arith.*	*Iactus in pedibus.*
90	0	(23)	2700(23)	67	23	300	12800
89	1	589. 22	3286. 22	66	24	286. 22	13086.22
88	2	573. 21	3860. 20	65	25	273. 21	13360.20
87	3	560. 20	4421. 17	64	26	260. 20.	13621. 17
86	4	547. 19	4969. 13	63	27	247. 19	13869. 13
85	5	534. 18	5504. 8	62	28	234. 18	14104. 8
84	6	521. 17	6026. 2	61	29	221. 17	14326. 2
83	7	508. 16	6534. 18	60	30	208. 16	14534. 18
82	8	495. 15.	7030. 10	59	31	195. 15	14730. 10
81	9	482. 14	7513. 1	58	32	182. 14	14913. 1
80	10	469. 13	7982. 14	57	33	169. 13	15082. 14
79	11	456. 12	8439. 3	56	34	156. 12	15239. 3
78	12	443. 11	8882. 14	55	35	143. 11	15482. 1
77	13	430. 10	9313. 1	54	36	130. 10	15613. 1
76	14	417. 9	9730. 10	53	37	117. 9	15730. 10
75	15	404. 8	10134. 18	52	38	104. 8	15834. 18
74	16	391. 7	10426. 2	51	39	91. 7	15926. 2
73	17	378. 6	10804. 8	50	40	78. 6	16004. 8
72	18	365. 5	11169. 13	49	41	65. 5	16069. 13
71	19	352. 4	11521. 17	48	42	52. 4	16121. 17
70	20	339. 3	11860. 20	47	43	39. 3	16160. 20
69	21	326. 2	12186. 22	46	44	26. 2	16186. 22
68	22	313 1.	12500.	45	45	13. 1	16200.

nu, sagittis arcu, & lapidibus fundâ, vel alia ratione missis inseruit, cùm omnia missilia eandem proportionem æmulentur: quanquam aëris resistentia minimè negligenda, quæ maioribus globis magè nocet, & obsistit, quàm minoribus, ob maiorem superficiei cum soliditate rationem.

Porrò catapultæ bombas emittentes solent 45 graduum eleuationem superare, quarum iactus maximus 45 graduum, est 5400, vel 6000 pedum: ex quo iactu venias in aliorum cognitionem; si enim iactum bombæ 25 graduum desideras, vtere regula proportionis, sumptis

numeris nostræ Tabulæ, vt quemadmodum 16200 numerus, ad 13360, ita sit 5400 ad 4452.

Itaque si catapulta minor, vulgò *Arquebuzia*, globulum suum ad eliuationem 45 graduum miserit 800 pedes, seu 300 hexapedas; reductis pedibus 4 columnæ tabulæ præcedentis (quæ iactùm horizontalem & medium ostendunt) in sexpedas, fiat vt 2700 sexpedæ, eleuationis 45 graduum, ad 450 sexpedas iactus horizontalis mortui, ita 300 hexapedæ iactus 45 graduum arquebusiæ, ad aliud, prodibunt 50 sexpedæ pro iactu horizontali. Vnde fit vt medius iactus 600 hexapedarum esse debeat, vt horizontalis mortuus sit centum hexapedarum.

MONITVM.

SVnt qui putent Galeum à Coigneto præcedentem tabulam accepisse; sed an illam ex propriis obseruationibus construxerit, aut aliunde sumpserit, nihil refert, dummodo vera sit: videatur tabula iactuum Theorica prop. 30. quam cum præcedenti contendimus, sibi namque mutuam lucem afferent; eritque gratum ingeniosis, qui iactuum longitudinem ad quosuis gradus explorare voluerint, si tabulam vtramque consulentes animaduertant cuinam in quibusuis gradibus magè congruant, vel quantum ab vtraque deficiant: idemque de salientibns intellige, quarum obseruatio longè facilior, minoribusque periculis obnoxia.

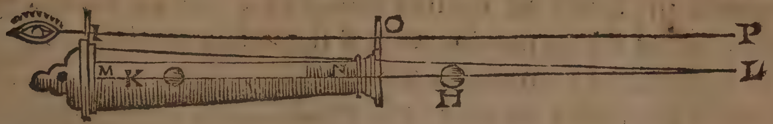
PROPOSITIO XXVI.

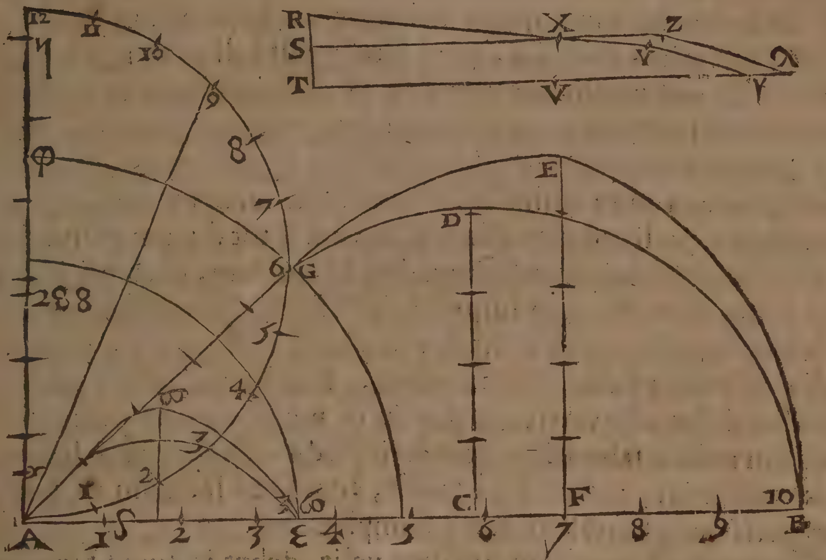
Quantum iactus Tabulæ propositionis præcedentis, à iactibus nostrarum obseruationum, & à iactibus in medio nihil impediente futuris differunt, explicare.

SIt rursus figura præcedens A E B, in qua iactus horizontalis A ♪, docet obseruatio cum manuarijs catapultis facta, iactum medium 45 graduum, qui & omnium maximus, non esse maiorem in plano horizontali A B, rectà A E, hoc est $3\frac{1}{2}$ iactus horizontales, qualis est A ♪, complecti; cùm tamen, iuxta præcedentẽ tabulam æqualis sit A B; hoc est horizotalis decuplus; vel horizontalis mortui A 2 plusquàm quintuplus.

Præterea

Præterea ſum expertus in breuiore catapulta, cuius pila ferea 3





aut 4 librarum, verticali iactu exiſtente A φ, iactum medium in horizonte ad minimum rectæ A B, æqualem eſſe; cumque priùs oſtenderim in medio non impediente; porróque ſim demonſtraturus altitudinem iactus medij fore verticalis ſubduplam, vel ipſius medij iactus ſubquadruplam, incredibile videtur in aëre, medij iactus altitudinem eſſe F E, quæ ſubdupla eſt A B, qualis eſſe debet verticalis. Itaque conuincunt obſeruationes noſtræ iactu horizontali exiſtente A δ, iactum medium, ſeu 45 graduum, eſſe A ε; hoc eſt cùm globulus arquebuſiæ quintupedalis rectà pergit ab A ad δ, per centum hexapedas, iactu medio 4 7 ε, 360 ſexpedas percurrit, nec vnquam, credo, reperies punctum 4, ſeu 400 ſexpedas, vel 2400 pedes à globulo ſuperari.

Quod ad maximam ſpectat altitudinem (quam vix vllus poſſit experiri, cùm nobis loca deſint obſeruationi neceſſaria, niſi ad rupem altiſſimam iactu 45 graduum collinees, accedendo, recedendoque, donec iactus medius ad ſummam altitudinem peruenerit (quod ſe feciſſe Galeus affirmabat) eum in catapultis obſeruare non potui.

Vt igitur oſtendam quæ ſit illa iactus altitudo, cùm illius longitudo, A ε fuerit, an vſque ad π pertingat necne, vel ad rationem recurrendum, vel ad noſtras ſalientes, vel ad minores arcus, quorum iactus medij non ſuperent 8 ſexpedas, vt medij altitudo ſumma facilè poſſit ad commodos parietes deprehendi.

Porrò cùm iactus in aëre facti eandem inter ſe rationem ſeruare debere videantur, quam haberent in medio non reſiſtente, ſi quid diſcriminis excipias, quod fortè poſſit à diuerſo reſiſtendi modo proficiſci, quo reſiſtit aër verticali, & aliis iactibus; & iactus in illo medio non reſiſtente, nec etiam iuuante, proportionem illam ſequantur, de qua iam multoties, deincepſque agendum eſt, facilè deprehendetur quantum abſint à veritate, qui iactuum tabulas hactenus condidere, qualis eſt præcedens illius, qui ſe tot ducum primarium ingenioſum fuiſſe dicebat. Subquadrupla eiuſdem, exempli gratiâ, medij iactus in medio non impediente altitudo ſuprema debet eſſe ſubquadrupla iactus eiuſdem medij in plano horizontali, cùm ex præcedente tabula ſit in aëre ſubdupla. Eodemque modo iactus idem medius debet eſſe verticalis duplus in medio non impediente: quod quidem noſtris ſalientibus competit, ſed an tabulæ præcedentis iactibus conueniat, nullus ſcire poſſit, cùm ſolas iactuum in horizonte longitudines, non altitudines complectatur.

Quapropter ſi quis eam arguere velit, debet iactuum longitudine, non altitudine, pugnare.

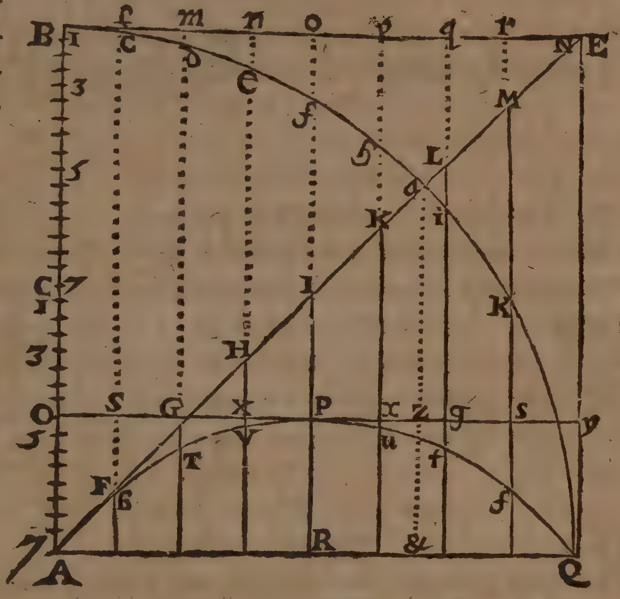
MONITVM.

IN ſalientibus obſeruaui ſummam mediæ ſalientis altitudinem non ſuparare dimidiam altitudinem iactus verticalis; cùmque de globorum iactibus vt cumque iudicare fas ſit ex ſalientibus quæ fiunt in eadem horizontis eleuatione, vix putem obſeruationibus præcedentis propoſitionis credendum eſſe; & concludo Theoriam ratione firmatam potiùs ſequendam, quæ dubio procul ad obſeruationes magis accedet.

PROPOSITIO XXVII.

Iactum verticalem dimidio minorem factum, ob vrgentem grauitatem, ad aliorum iactuum super horizontem inclinatorum diminutiones transferre.

EX dictis 17 propositione Hydraulicorum, & alibi sæpe, constat graue à puncto C ad A punctum descẽdens ea velocitate, quam in sequente figura supponimus, eam sibi velocitatem comparasse, qua possit eodem, vel æquali tempore ab A ad B peruenire, quo priùs à C ad A descenderat, si grauitas corporis ascendentis non reageret; sed ob grauitatis reactionem, illo tempore, vsque ad C punctum solummodo peruenire, illiúsque propterea velocitatem, quæ semper aliàs æquabilis futura,



ita minui, vt primo tempore globus ascendens spatium vnum: secundo tempore, tria: tertio, 5: quarto denique, 7 spatia sit amissurus, vt ipsi figuræ numeri satis superque demonstrant.

Quod iam ad alios iactus transferendum est, qui fiunt in data super horizontem eleuatione; sit igitur iactus ex A in E, per quadrati B E Q A diametrum A E directus. Certum est primò iactum illum medium, absque vlla grauitate globi contranitente, eodem tempore ab A ad *a*, peruenturum, quo explosus ab A punctum B attigisset, cùm A B radius sit æqualis A *a*; sed cùm obsistat grauitas, iuxta rationem superiùs explicatam, idque per lineas perpendiculares *l* F *m*,

T, *n* V, &c. primo tempore, quo globus, vel sagitta peruenire debuisset ab A ad F, ob naturalem grauitatem reperietur globus in puncto *b*; secundo tempore, quo ab F ad G ascendisset, in puncto T erit; tertio tempore, non in H, sed in V puncto reperietur; tandemque quarto tempore, quo ad I peruenisset, in axis R P vertice P reperietur, qui summam medij iactus A *a*, ostendit altitudinem, verticalis A C subduplam.

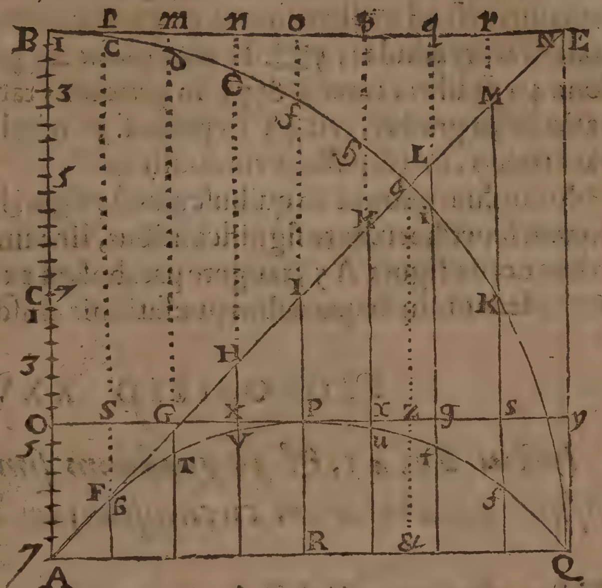
Cùm autem in P vim totam globus amiserit, quâ sursum ascendebat, neque tamen vim aliam perdiderit, qua lateraliter fertur ab O ad *y*, vel ab A ad Q, denuò grauitas in globum agit, per lineas perpendiculares *p u*, *q t*, *r f*, & E Q; adeovt quinto tempore, globus à P non perueniat ad *x*, sed ad *u*; sexto, non ab *x* ad *g*, sed ad *t*: septimo, non *a g* ad *s*, sed ad f; octauo denique, non ab *s* ad *y*, sed ad Q; quo planum occurrit horizontis, & iactus desinit: quem propterea *mortuum* appellant: Vel si volueris vnicâ computatione continuâ numerare, vt in hydraulicorum Præfatione, supponaturque globus spatio *4* temporum ascendere, totidemque descendere, vno tempore A F, (quod est primum tempus ascensionis) vnum spatium amittet, ex *64* (in quæ diuiditur A B, vel A *a*, vel etiam A Q) tempore A G, quatuor spatia; tempore A H, nouem; tempore A I, sexdecim; tempore A K, 25; tempore A L, *36*; tempore A M, *49*; denique tempore A N, *64* spatia: hoc est finietur globi motus in puncto Q, ob planum occurrens, sine quo grauitas nouos semper velocitatis gradus globo cadenti, & temporibus æqualibus æqualia spatia lateralia percurrenti tribuisset.

Non est autem quòd demonstrem A P Q curuam, esse parabolam, quam recta A E tangat in A puncto, cùm I P æqualis axi P R id satis ostendat; iamque illud in hydraulic. præfatione dictum fuerit.

Quibus addo mensuras præcipuarum istius figuræ linearum numeris explicatas, ex hypothesi quòd recta, seu linea iactus verticalis, sit centum sexpedarum, qualis est plurimarum sagittarum ex arcubalista, vel globorum ex minoribus catapultis ignariis, vel etiam pneumaticis missorum iactus verticalis. Erit igitur A Q, vel A *a* 200, qualium A C, 100. A R, vel R I, 100, atque adeo G F, vel F E, 50; & A E, radix 8000.

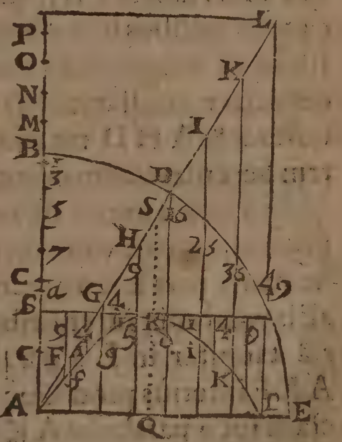
Cùmq; A B statuitur pro tẽpore quod insumitur in proiectione verticali ab A ad C; A E tẽpus erit quod insumitur in proiectione per parabolã A P Q, & ab A ad Q, cùm proiectio fieri supponatur in eleuatione *45* graduũ. Si verò A B statuatur esse 300, 400, (hoc est præcedentes

numeri triplicati, vel quadrupli,) eadem inter prædictas lineas proportio reperietur.



Porrò si proiectum ascendat perpēdiculariter ad C, tempore A B, vel A 4, quod est 200, perueniet ad summam altitudinē in P, tempore A I, quod est 141 $\frac{119}{283}$ proximè. Si A B fuerit 600, perueniet globus ad P, in tempore A I, quod est 424, & paulò amplius, vel latus quadrati 180000.

Profuerit etiam repetitio figuræ sequentis, explicatæ ad hydraulicam præfationem, quippe vtilis est ad iactuum longitudines, quorum eleuatio super horizontem agnoscitur, inueniendas, & ad intelligenda tempora, quibus proiectorum grauitas ascendendo minuitur, vel augetur descendendo, ipsi namque numeri, 1, 4, 9, &c. ostendunt qua ratione globus ad iactum 60 graduum A L (qui absque grauitate vsque ad D eo tempore ascenderet, quo priùs à C ad A descendisset) deperditis gradibus velocitatis lineam curuam A *f g h* R *d i* K *l* percurrat, quæ cùm loco citato, quemadmodum & præcedente figura satis explicata sint, non est quòd alia subiungamus.



MONITVM.

OBserua Galileum, in Tabulis quas 30. & 31. propos. dabimus, qui rectam A C ponit 10000, facere Q R 7520; quam si præcisè statuisset 7500, nil ab iis discreparet, quæ prædicta Hydraulicorum præfatione, paragrapho 2 & 3 dicta sunt; vt enim 10000 ad 7500, ita 16 ad 12.

Si quis verò in eleuatione 50,45,30, &c. graduum easdem mensuras sequatur, erit ad inclinationem 50 graduũ, iactus altitudo inter 11 & 10, iuxta Galilei tabulas, $5\frac{3888}{1000}$. In eleuatione 45 gradus, erit 8; in eleuatione 40 gradus, inter 6 & 7, in prædictis tabulis, $9\frac{2}{3}$ ferè: & in eleuatione 30 gradus, erit 4; in propos. 31 tabulis, 2500, hoc est quarta pars 10000, sola siquidem vnitas illi deest.

Notandum quoque in quibuscumque figuris, quamcumque inclinationem super horizonte significantibus, lineam inclinationis qualis est in hac nostra figura A 5, tangere parabolam ex eleuatione factam. Cætera videantur in sequentibus præfationis eiusdem paragraphis.

PROPOSITIO XXVIII.

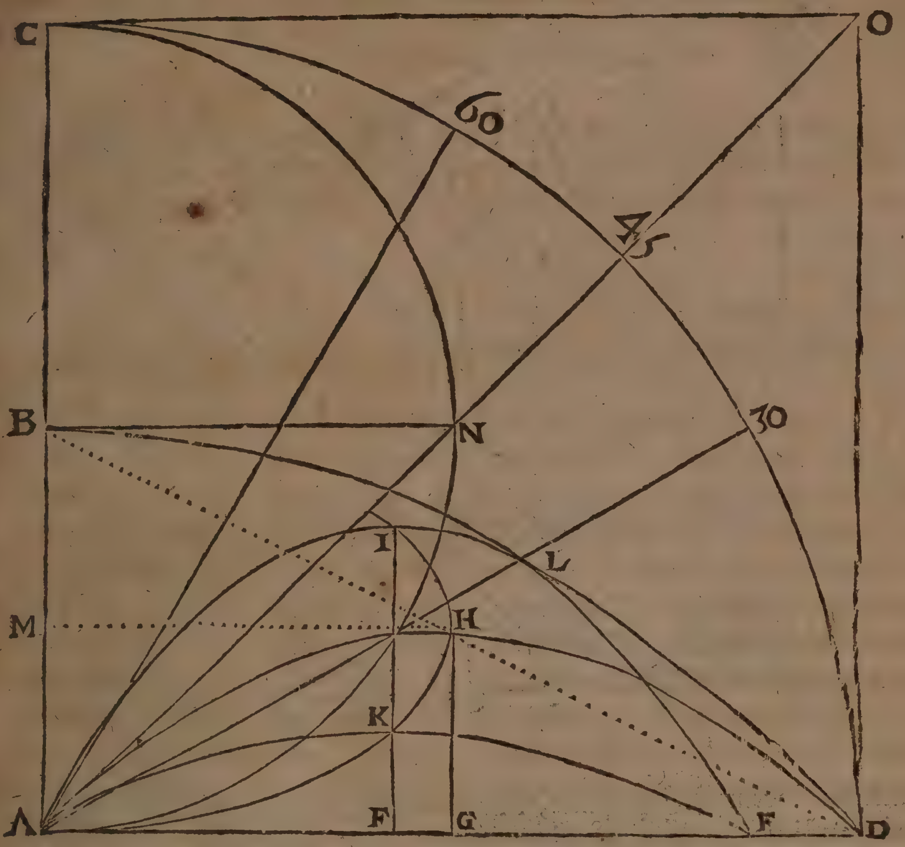
Iactus 60, 45, & 30 graduum simul comparare, mirasque parabolarum circumstantias aperire.

ESto quadratum C O D A, in quo descriptus circumferentiæ quadrans C D; sitque iactus A B verticalis: A 60, iactus ad eleuationem 60 graduum, quæ faciat angulum D A 60: A 45, iactus medius, & A 30, iactus eleuationis 30 graduum, angulum D A 30 significantium; qui quidem iactus cùm tantumdem à medio 45, quantum ab eodem, 60 recedit, iactus illi duo sunt æquales in horizonte, nempe A E, quâ rectâ tam A I E, quàm A K E parabola terminatur. Quod etiam cæteris iactibus supra & infra 45, æqualiter à puncto 45 dissitis cõgruit. Illas autem lineas directionis A 60, A 45, & A 30, per tres parabolas deflectere constat ex dictis; & hæc figura satis ostendit ex linea A 45 inflexa, & A H D curuam describente, iactum super eumdem horizontem fieri maximũm omnium.

Sed præ cæteris id notatu dignum, quod acutissimus Tauricellus prior obseruasse videtur, parabolam à puncto B descriptam, cuius B A sit quarta pars lateris recti, atque adeo focus in A, tangi ab omnibus aliis parabolis inferioribus, quales sunt tres istius figuræ, verbi gratiâ tangitur in L à parabola I L F; tangetúrque similiter à parabola A K F inferiùs producta; idque in puncto quod occurrit ordinatæ ductæ à foco parabolæ A K F, ad eandem parabolam, vt constat ex G D ducta ex G foco parabolæ mediæ.

Quod similiter de contactibus aliarum parabolarum concludas, adeovt ordinata ex puncto L axi I F acta perpendiculariter per A I E, parabolæ focum appellitura sit.

Adde rectam ex B, vertice parabolæ B L D, ductam omnes parabolas, qua sambitu ſuo concludit, ita ſecare videri, vt à punctis, in qui-



bus ſecantur, rectæ perpendiculariter axi cuiuſlibet ductæ, illius etiam focum oſtendat, vt conſtat ex B D recta, per H, verticem parabolæ A H D tranſeuntem, recta ſiquidem ex puncto D in axem H G perpendiculariter acta, focum in G eſſe docet.

Denique quemadmodum iactus ſemirecti longitudo A D, dupla eſt iactus verticalis A B; ita verticalis iactus A B, duplus eſt altitudinis ſemirecti G H. Quibus addi poteſt lineam curuam ab A, horizontis puncto, incipientem, & per omnium parabolarum vertices tranſeuntem, productam vſque ad B punctum, eſſe dimidiam Ellipſim, quam ſimiles, ad verticalis ad A B læuam, iactus perficient.

Alia figura plures alias parabolas, & eaſdem iſtius figuræ lineas comprehendens, in Hydraulicorum Præfatione videatur: quanquam

hîc repeti poteſt, vt theoriæ perpetua cernatur conformitas, & quot-

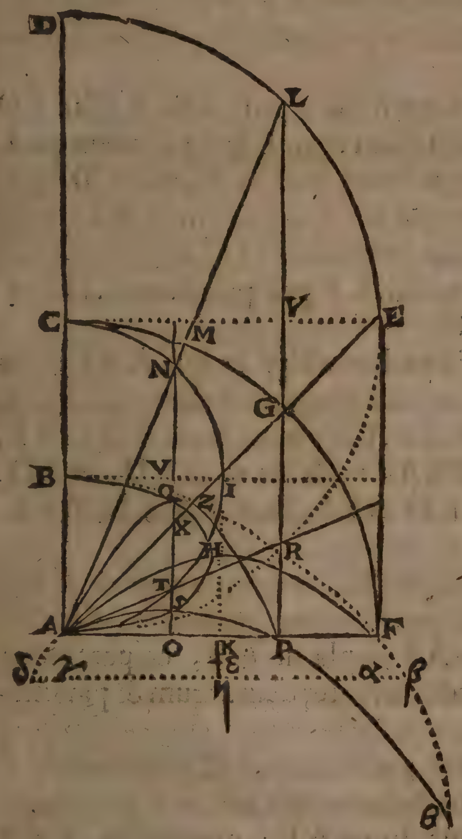
cumque iactus fieri poſſunt, ſint eiuſdem in horizontalis plano A D longitudinis, cùm æquè ad punctum C, ac punctum D accedent, vel æquè recedent à puncto 45, ſiue ſupra, verſus C, vel infra, verſus D, vt in iactu $56\frac{1}{4}$, & $33\frac{3}{4}$, vel in $78\frac{3}{4}$, & $11\frac{1}{4}$ videre eſt, hi ſiquidem iactus deſcribunt parabolas eiuſdem in plano A D longitudinis A *c*, vel A *f*, vel A *g*. Reliqua iſtius figuræ explicatio videatur loco citato, donec ſublimiora egregij Tauricelli liber docuerit. Porrò ſequens propoſitio ferè comprehendet omnia quæ hactenus dicta ſunt, quæque ad iactus omnifarios attinent.

PROP. XXIX.

PROPOSITIO XXIX.

Suppositis iaculationibus Parabolicis, unicâ figurâ quidquid ad iactus tam verticales, quàm alios pertinet, explicare.

HÆc propositio multas partes habet, quarum prima figuram ipsam explicat; Est igitur A F planum horizontale, cuius A D planum verticale duplum est; diuiditurque bifariam in C, & versus A C bifariam in B. A C E F quadratum, & A B I K quadratum. C M G F quadrans circuli, cuius centrum A. C L E R A semicirculus, cuius centrum C. C N I quadrãs circuli super centro B. Anguli D A L, L A E, E A R, R A P inter se æquales, singuli graduum $22\frac{1}{2}$. N O perpendicularis diuisa bifariam in Q; & T O bifariam diuisa in S. I K perpendicularis ad planum A F, & bifariam diuisa in H. L P perpendicularis ad planum horizontale. A L bifariam diuisa in N. E F perpendicularis ad planum A F; quod bifariam diuisum in K. A Q P parabola, quam tangit A L in A. A P bifariam diuisa in O. A S P parabola, quam tãgit A R in A. B Z F linea curua punctim descripta supponitur esse parabola, cuius vertex B. B Q H S A linea curua, quæ est Elliptica.



Supponitur autem à iactu fieri parabola, quæ tangitur à linea eleuationis; verbi gratiâ, si à iactu ex A, in eleuatione quam habet A L, fiat parabola, tangetur ab A L in A puncto, & ita de reliquis, excepto verticali iactu A D, qui parabolarum terminus exstitit, nisi eum parabolam absque latitudine dici posse credideris.

Secunda pars propositionis sequentia colligit ex descriptione figuræ,

nempe E F duplam esse I K, & quadruplam I H. Quare ratio E F ad I H dupla est rationis eiusdem E F ad I K; Vnde sequitur H & F puncta esse in eadem parabola, in qua A: cúmque A F bifariam diuidatur in K, erit K punctum in axe: & quia A I tangit parabolam in A, erit K I diuisa bifariam in vertice parabolæ; sed diuiditur bifariam in H, igitur H K lapis est axis parabolæ A H F.

Rursus L P dupla est N O, & quadrupla Q N, est ergo ratio L P ad N Q dupla rationis eiusdem L P ad N O; quapropter Q & P sunt in eadem parabola in qua A: cúmque A P sit bifariam diuisa in O, aut axis in recta N O; & quia tangit parabolam in A, vertex parabolæ diuidet N O bifariam; sed iam diuisa fuit bifariam in Q, igitur Q O est axis parabolæ A Q P.

Porrò R P dupla est T O, quadrupla verò S O; quare ratio R P ad S O dupla est rationis eiusdem R P ad T O: sunt ergo S & P in eadem parabola, quæ tangitur ab A T; erit ergo vertex eius in S, vbi T O bifariam diuisa est. Erit autem R P in ipsa L P; cùm enim R & L æquè distent vtrinque ab E, medio puncto semicirculi D L E R A, & L P ducta sit parallela diametro A D, transibit L P per punctum R. Et eadem de causa S O erit pars rectæ N O.

Præterea, puncta Q, H, S erunt in eadem ellipsi in qua A & B, cùm Q S æqualis sit N V. Est etiam A L media proportionalis inter A D & L D; & A E media inter A D & E F. Et A R media inter A D & R P, propter semicircumferentiam D L E R A; vnde fit vt A L D, A E D, A R D anguli recti; & triangula A L D A P L, sicut & A E D, A F E, & A R D, A P R, similia sint.

Postremò, parabola punctim descripta B F, tangit parabolam A H F in F, si enim recta F C, ducta intelligatur, vtramque tanget. Parabolæ verò B Z R F focus est A, cùm A F dupla sit A B, & parameter quadrupla A B, nam applicata, media est inter diametrum & parametrum.

Eadem parabola B F tactura videtur parabolam A Q P vbi recta ducta à puncto B per verticem Q terminabitur in ipsa sectione, putà ad Z, quæ in hac parabola videtur esse in ipsa linea A E: quo posito, X erit focus, & erit Q T æqualis parametro.

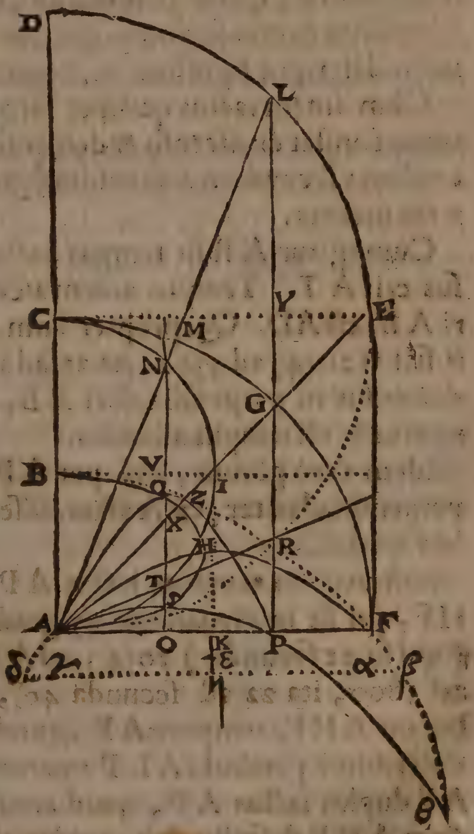
Tertia pars propositionis ad calculum lineas omnes figuræ reuocat, obseruatione supposità iactus globi è tormento maiore ad $22\frac{1}{2}$ gradus super horizontem: hoc est cùm tormentum ex A in R libraretur, globus descripsit parabolam A S P, fuitque iactus longitudo in horizonte A P 1900 hexapedarum; cuius iactus alias postea circumstantias explicaturus sum. Quo posito erit etiam P G 1900 hexaped. cùm sit æ-

qualis lineæ P G; vnde quadratum A P & P G erit quadratum alterutrius 3610000, quæ simul erunt 7220000; cuius latus est proximè 2681.

Est igitur A G, hoc est A F, vel A C, vel F E 2681. A D bis tantùm, 5362. A B, vel B C, vel K *i*, vel $\frac{1}{2}$ A G, $134\frac{1}{2}$. H I, vel H K, vel $\frac{1}{2}$ A B, aut K I, $670\frac{1}{4}$. Et quia quadratum 2681, id est quadratum A F est 7220000, duplũ eius quadrati est 1444000; cuius radix 3800; quapropter A E erit 3800; & A I, vel I E semissis eius, erit 1900. L G cùm sit æqualis D C, vel A C, est 2681. L P æqualis vtrique L G, G P, est 4381.

A L media proportionalis inter A D, quæ est 5362, & L P, quæ est 4581, erit 4956. A N semissis eius, 2478. N O semissis L P, erit $2290\frac{1}{2}$. N Q, vel Q O semissis N O, erit $1145\frac{1}{4}$.

Si ex L P 4581, auferatur P Y, hoc est F E, seu 2681, residuum erit 1900; quare L Y, hoc est Y R, erit 1900, æqualis A P, vel P G, vel A I, vel I E. Detractis autem Y R 1900, ex Y P 2681, erit residuum 781. Erit ergo R P 781. T O semissis eius, $390\frac{1}{2}$. T S, vel S O semissis huius, $195\frac{1}{4}$.



Quia verò quadratum A P est 3610000, quadratum autem R P 609961, ea simul addita faciunt 4219961, cuius latus est $2054\frac{1}{4}$ ferè, A P erit $2054\frac{1}{4}$ ferè.

Cùm autem tormentum 8 hexapedis horizontali superextiterit, si planum δ β octo hexapedis intelligatur inferiùs plano A F, vt parabola A H F producatur vtrinque ad rectam δ β, itavt A γ, vel F α perpendicularis, sit 8 hexapedum, qualium A P fuit 1900., & producatur H K ad ε, calculus erit huiuscemodi.

Quoniam H K est $670\frac{1}{4}$ proximè, erit H η $678\frac{1}{4}$. Fiat inter H K & H η, media proportionalis H ε 674 proximè: cúmque A F ad δ β A F S P sit in subdupla ratione H K ad H η, erit A F ad δ β, vt $670\frac{1}{4}$ ad 674. Sed A F est 2681; si ergo fiat vt $170\frac{1}{4}$ ad 674, ita 2681 ad aliud, inuenietur 2686 proximè.

Deinde cùm $\gamma \alpha$ sit æqualis A F, nimirùm 2681, erit $\delta \gamma$, & $\alpha \beta$ simul & $\alpha \beta$ $2\frac{1}{2}$. Quapropter $\gamma \beta$ erit longitudo plani, quam transit globus excussus ab A cùm tormentum octo hexapedis horizonti superextat; hoc est illius longitudo in horizonte $\delta \beta$ sumpta, erit $2683\frac{1}{2}$ hexapodum; quæ longitudo vix sensibiliter discrepat ab ea quæ fit in horizonte A F, licet octo hexapedis altiore.

Quarta pars propositionis ostendit qua ratione duratio cuiusque iactus reperiatur, hoc est quanto temporis spatio sagittæ, iacula, globi, & alia βελόμενα suas parabolas describant, cum iaculationis, seu iactus alicuius tempus ex obseruatione datum est.

Verbi gratiâ, iactus globi $33\frac{1}{3}$ librarum, in eleuatione 22 graduum super horizontem, tempus 22 secundorum consumpsit, ex obseruatione accuratissima D. Petiti; hoc est A S P curua spatio 22 secundorum descripta est; quare A R erit 22, cum A R sit tempus iactuum quemadmodum & cuiuscumque alterius iactus tempus à tangente curuæ, à iactu descriptæ significatur, atque definitur.

Cùm autem iactus quilibet factus in aliqua super horizontem eleuatione constet ex ascensu & descensu, primum tangentis dimidium, ascensum; secundum descensum significat, eiusque tempus, seu durationem metitur.

Cùm igitur A R sit tempus iactus per curuam A S P, tempus ascensus erit A T. Tempus autem ascensus, & descensus in perpendiculari A B, est AD. Quapropter cùm A R sit ad A D, vt $2054\frac{1}{4}$ ad 5362, si fiat vt $2054\frac{1}{4}$ ad 5362, ita 22 ad aliud, inuenietur tempus ascensus & descensus in perpendiculari A B, esse ferè $57\frac{1}{2}$ secundorum, cuius semissis $28\frac{3}{4}$ est tempus ascensus.

Idem verò globus, qui per A P 1900 hexapedas percurrit, emissus perpendiculariter, ex A ascendisset ad B, fecissetque ascensu suo $1340\frac{1}{2}$ hexapedas.

Iam verò ex tempore iactus A P dato, facilè tempus medij iactus A H F, qui fit in eleuatione 45 graduum, innotescit, si quidem vt A R (qui fit 22 secundis) $2054\frac{1}{4}$, ad A E tangentem iactus medij, hoc est ad 3800, ita 22 ad secunda $40\frac{1}{4}$, quaproter globus describet parabolam A H F, tempore A E, quod cùm sit ferè duplum temporis, quo describitur parabola A L P: non est tamen in plano horizontali iactus A F duplus iactus A P, quod contingeret si iactus solam lineam rectam A H F describerent; verùm ascensus K H maior ascensu O S maius tempus requirit.

Porrò partium omnium parabolæ A H F, & parabolæ A S P, vel aliarum comparatio cum diuersis partibus temporis, quibus describun-

tur, nouas meditationes desiderat, quibus datæ quælibet partes quarumcúmque parabolarum conferantur cum datis quibuslibet partibus temporum. Nunc enim sufficit ex quolibet dato tempore cuiuslibet iactus, quemlibet alium iactum, & illius tempus inferre, vt fieri potest ex istius propositionis intellectu, quam vnicuique, quantum voluerit, amplificandam permitto.

COROLARIVM I.

Dato tempore quo durat iactus verticalis C A, dare tempus cuiuscumque alterius iactus ad quamcumque in horizonte, eleuationem, & vice versâ.

SIt datum tēpus verticalis A D, describaturque diametro A D semicircumferentia D L A; sitque data quæcumque eleuatio A L; si fiat vt recta A D ad A L, ita tempus iactus verticalis ad tempus iactus in eleuatione A L, quæstio soluetur.

Sit datum tempus iactus A Q P, ex quo velis concludere tempus iactus verticalis: fiat triangulum A P L, & in puncto L erigatur perpendicularis ad A L, quæ secet A D in D, erit vt A L cognita ad A D cognitum, ita tempus per A Q D cognitum, ad tempus iactus verticalis quæsitum.

COROLLARIVM II.

SI globi, & alia missilia per eandem lineam emissa, & idem iter percurrentia, tantumdem temporis consumunt; data iactus longitudine & eleuatione super horizontem, dabitur tempus iactus; nam quotiescumque, verbi gratiâ, dabitur longitudo A P, ex iactus ad 22 graduum eleuatione, tempus erit 22 secundorum; cumque dabitur longitudo verticalis A B, dabitur tempus ascensus, secundorum $28\frac{1}{4}$.

Vbi notandum solam iactus longitudinem minimè sufficere ad tempus inueniendum, alioqui tempus idem consumeretur in iactu A S P, ac in iactu A Q P, cùm sint eiusdem in horizontali plano longitudinis, vbi tamen est huius duratio ad durationem illius, vt A G ad A R.

Nobile verò problema fuerit, si quis inueniat quæ sit ratio parabolæ A Q P ad parabolam A S P, & quantum differat à ratione A G ad AR. Quod enim spectat ad similes parabolarum partes, facilè reperitur quam inter se rationem habeant, eam videlicet quæ est inter illarum ordinatas, vel parmetros similiter applicatas, & inter par-

tes axis inter verticem & focum intereptas. Vbi notare poſſis iuniorem Paſchalem (à quo mira poſſis expectare cum in puris, tum in mixtis Mathematicis) generalem methodum inueniſſe, cuius beneficio innoteſcat quam inter ſe rationem habeant ſpatia quæcumque lineis rectis, & curuis conicis comprehenſa.

COROLLARIVM III.

POſſunt etiam inferi miſſilium velocitates ex iactuum longitudine; cùm enim eadem longitudo ex eadem ſuper horizontem eleuatione, eandem velocitas arguat, & ex eodem tempore eadem inferatur velocitas, ſi fuerit in eadem eleuatione dupla, vel tripla longitudo, &c. velocitas dupla, vel tripla dicetur: quamquam nonnihil difficultatis in eo eſſe videatur quòd non poſſit eſſe maior eiuſdem eleuationis longitudo, quin miſſile altiùs aſcendat.

COROLLARIVM IV.

Iactus eleuatione, & illius horizontali longitudine cognitâ, iactum verticalem inuenire, & vice versâ.

SVper extremis plani dati iactus A P, erigantur duæ perpendiculares indefinitæ A D & P L, & à puncto A, iactus initio, in angulo eleuationis cuiuſcumque, ducatur A L recta ſecans perpendicularem P L in L; & à puncto L ducatur perpendicularis ad P L, nempe L D, (quæ hîc ſubintelligenda) ſecans perpendicularem A D in D, ſumatúrque ab A verſus D, quarta pars totius A D, quæ dabit A B pro ſublimitate iactus verticalis.

Dato verò iactu verticali A B, vel alio quocumque, quiuis alius iactus hac ratione reperietur. Fiat linea A D quadrupla iactus A B, & A D diametro deſcribatur ſemicircumferentia D E A; requiratúrque longitudo iactus in eleuatione A E, ducatúrque ab A in E recta, quæ tangat prædictam ſemicircumferentiam in E, (eodemque modo in reliquis iactibus linea referens inclinationem, vel eleuationem, vſque ad circumferentiam ducenda eſt) & ab illo puncto E demittatur linea plano A F perpendicularis, quæ ſecans A F in F, demonſtrabit quæſiti iactus longitudinem A F.

COROLLARIVM V.

VNiuſcuiuſque iactus altitudinem, hoc eſt axem parabolæ ita reperies. Dato plano AP, iactus cuiuſcumque, fiat triangulum APL, vt antea dictum eſt; diuidatúrque AL bifariam in N, & demittatur perpendicularis NO, quæ bifariam diuidatur in Q, erit OQ axis parabolæ, ſeu iactus ſublimitas. Idemque continget in omni alio iactu, qualis eſt iactus medius 45 graduum; ductâ ſiquidem tangente AE bifariam ſectâ in I, & ex puncto I demiſſa perpendiculari IK in H bifariam ſectâ, punctum H dat ſublimitatem iactus eleuationis 45 graduum, eritque KH axis parabolæ AHE.

MONITVM.

CVm ſatis hactenus de iactibus in medio non impediente factis egerim, quædam addenda ſuperſunt circa iactus in impediente medio factis, qualis eſt aër, aqua, & qualia ſunt corpora liquida, quæ cùm ſint magis vel minus mobilia, diuerſis modis reſiſtent proiectis. Nec erit inutile ſi quis proiectiones, & caſus in aqua diligentiùs, quàm hucuſque factum ſit, obſeruet: quod cùm longè ſit difficilius quàm in aëre, vix ſperem, aut expectem, vt ab vllo fiat. Vtvt ſit, proiectiones iterum in aëre conſiderabimus, poſtquam Tabulæ iactuum in medio non impediente, quas à Galileo ſupputatas habemus, intellectæ fuerint, in quarum gratiam erit ſequens propoſitio; quas quidem tabulas cum tabulis Ingenioſorum, 25 propoſitione deſcriptis, conferre poſſis.

PROPOSITIO XXX.

Tabulam omnium iactuum Theoricam proponere explicare; eique varias obſeruationes accommodare.

CVm ex propoſitione præcedēte nouam iactuum Tabulam condere poſſimus, quam poſtea quis cum tabula Ingenioſorum propoſ.25. comparare queat; iamque Galileus illud fecerit, iuuabit Ingenioſos, Tabulā illam hîc clarè, & ad vſum explicaſſe. Incipit autem à gradu 45, cuius cùm longitudinem noueris, aliorum iactuum lōgitudines tabula exhibebit: quæ hoc artificio conſtruitur, vt prima columna gradus

Magnitudines iactuũ in horizonte.

Grad. eleuationes		Grad. eleuat.
45	10000	
46	9994	44
47	9676	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
94	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1735	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

omnes, ſiue angulos eleuationis ſuper horizontem complectatur, à 45 vſque ad 89, ex cuius regione ſecunda colũna tribuit cuiuſlibet iactus longitudinem, qui fit in eleuatione quapiam à gradu 45 ad 89, cùm enim ſit catapulta verticalis in eleuatione 90 graduum, nulla poteſt eſſe iactus verticalis longitudo, quippequi totius verſatur in altitudine. Tertia columna gradus reliquos complectitur à 44 ad primum, cuius numeri poſitam habent cuiuſque gradus longitudinem ad læuam; itavt gradus eleuationis 44 huius columnæ, eandem habeat iactus longitudinem, quam gradus 46; & gradus 43 eandem, quam gradus 47, & ita de reliquis gradibus tantumdem infra, quàm ſupra 45 gradus collocatis, vſque ad gradum vltimum tam huius, quàm primæ columnæ, 1, & 89, qui docent catapultam 89 gradibus eleuatã, ſuum habere iactum eiuſdem longitudinis, ac quando ſupra horizontem vnico gradu eleuatur, hoc eſt 349. Vnde conſtat ſolum gradũ 45 carere ſocio, vt iam ſuperiùs dictum eſt.

PRAXIS.

Vt verò propiùs ad praxim accedamus, ſit iactus medius pedum 10000, abſque vlla ſupputatione numeri deſcendentes dabunt iactum cuiuſcumque alterius eleuationis ſuper, vel ſub 45 gradibus exiſtentis: exempli causâ, iactum 22 graduum 6944 pedum, quem excedit iamus globi ad 22 graduum eleuationem, de qua propoſitione ſequente actum eſt. Quare ſi numeri ſecundæ columnæ pedibus exprimuntur, ſufficiet Tabula iactibus maiorum noſtrorum tormentorum exprimẽdis; quos ſuperabunt, ſi hexapedas ſignificent.

Quanquam

Quamquam hæc tabula quibuslibet possit adaptari tormentis, & arcubus, beneficio regulæ proportionis, vt in exemplo tormenti præcedentis constat, cuius iactus ad 22 gradus eleuationis cùm 1900 sexpedum fuerit, fiat vt tabulæ numerus è regione 22 positus, nempe 6944, ad numerum 45 graduum, hoc est 10000, ita 1900 ad alium, prodibit numerus hexapedarum iactus tormenti ad 45 gradus eleuati, 2736, & paulò ampliùs, hoc est vnius leucæ Gallicæ, quam 2500 hexapedis definiuimus, & præterea 236 sexpedum. Si verò iuxta tabulam practicam propos. 25 numeremus, cuius iactus 22 graduum 12500, & 45 graduum 16200, nostri tormenti iactus erit sexpedarum 2352, quod ob aërem impedientem facilè credidero. Similiter cùm sagittam miserit arcubalista per spatium 50 hexapedum, ad eleuationem 22 graduum; vt noueris spatium ad 45 graduum eleuationem percurrendum, fiat vt 6944 ad 10000, ita 50 ad aliud, prodibunt ferè 72 sexpedæ pro iactu sagittæ medio.

Aliud exemplum sit eiusdem arcus, cuius iactus medius sit, vt antea, 72 sexpedum, quæratúrque iactus illius ad vnum gradum eleuationis; fiatque propterea vt 10000, numerus tabulæ 45 graduum, ad 349, numerum tabulæ gradus vnius, ita 72 ad $2\frac{1}{2}$ hexapedas, & paulò ampliùs. Sed iuxta Practicam tabulam 25. prop. erit iactus nostri arcus ad gradum vnum eleuationis, 12 sexpedarum, vt enim 16200 iactus 45 graduum, ad 2700, iactum vnius gradus; ita 72 ad 12. Facit enim illa tabula iactum vnius gradus subsextuplũ iactus 45 graduum; cùm Theorica tabula eundem faciat ad iactum 45 graduum, vt 1 ad 29. ferè.

Cùm autem experientia centies repetitâ constet iactum sagittæ ad eleuationem vnius gradus, esse medij iactus partem longè maiorem, quàm partem 29; idemq; contingat globis tam minorũ, quàm maiorum tormentorum; certum est illam tabulam theoricam initio præsertim, hoc est ad primos eleuationis gradus, ab obseruationibus maximè deficere; quis enim credat iaculatores ad scopum rectà collineantes, suas catapultas ad maiorem, quàm vnius gradus, eleuationem librare? cùm existiment esse horizonti parallelas.

Ex Tabula verò, debent eleuari vltra septem gradus, vt illarum iactus, nostris iactibus obseruatis horizontalibus, id est nullius eleuationis, vtcumque respondeant; dixi *vtcumque*, quandoquidem numerus 2419, respondens eleuationi septem graduum, minor est quarta parte numeri 10000, eleuationis 45 graduum, cùm tamen iactus catapultæ horizonti parallelæ sit maior quarta parte medij iactus eiusdem: docet enim experientia, vt iam sæpius dictum est, iactu medio 360 hexapedarum existente, iactum horizontalem esse 100 hexapedarum, vel ad

minimum, illius esse sub quadruplum. Iactus igitur quinque graduum istius Tabulæ respondet vtcumque iactui vnius gradus tabulæ prop. 25. & iactus 10 aut 11 graduum tabulæ propos. istius, satis accedit ad iactus horizontales à nobis obseruatos.

MONITVM.

Licet illæ Tabulæ non parum à vero deflectant, si maiorum tormentorum iactus sint minorum iactibus similes, nulli tamen theoriam amanti sequens Tabula, vel propositio displicebit, quâ iactuum præcedentium altitudines explicantur; quæ si reperiantur in iactuum medio, describentur parabolæ; si verò magis absint à iactuum initio quàm à fine, figura in aëre descripta curuam irregularem exhibet, vt in obseruationibus contingere iam satis constat ex Hydraulicis.

PROPOSITIO XXXI.

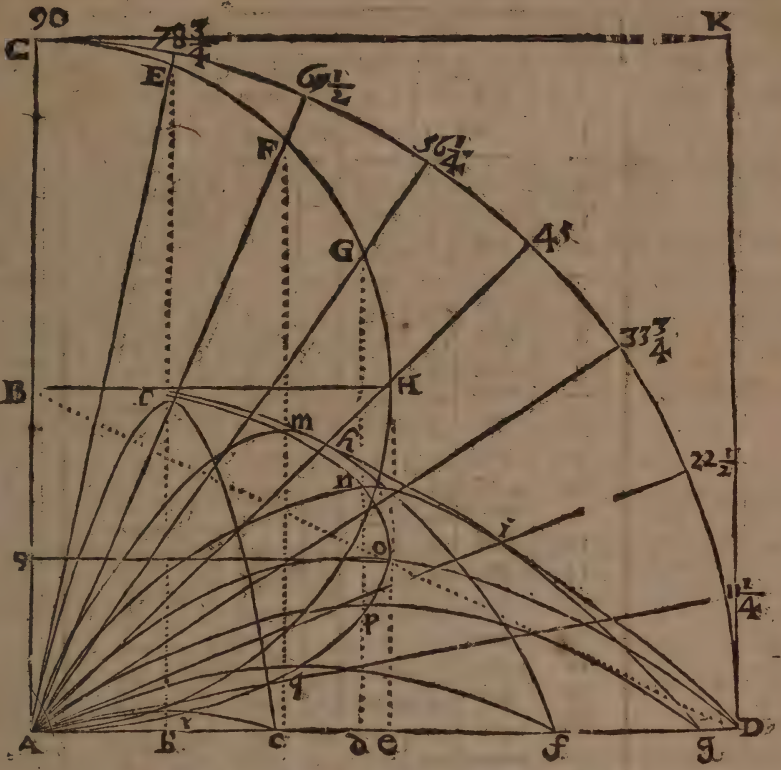
Iactuum cuiuslibet eleuationis altitudines explicare.

Iactus altitudo solùm intelligitur de iactibus aliquem cum horizontẽ facientibus angulũ, vt ex figuris 27 & 28 prop. constat, ex quibus iam repetatur A C D A circuli quadrans, quo septem diuersi iactus comprehenduntur; quorum altitudo, *l b* quidem, iactus A *l c*; *b r*, iactus A *r c*; iactus A *m f*, *m c*; iactus A *q f*, *q c*; iactus A *n g*, *n d*; iactus A *p g*, *p d*; iactus denique socio carentis, seu medij A *o d*, altitudo *e o*. Quibus addi potest verticalis altitudo A C, quæ est, in sequente Tabula, æqualis longitudini iactus medij, cuius altitudo 50000, hoc est verticalis subdupla.

At verò cùm antea probauerimus iactum verticalem A B esse subduplum medij A D, caue ne putes hanc altitudinum tabulam ex omni parte referri ad longitudines iactuum tabulæ præcedentis propos. alioqui iactus verticalis sagittæ esset eiusdem medio iactui æqualis: sunt igitur hæ duæ tabulæ seorsim considerandæ, duplóque maiore impetu iactus istius, quàm illius tabulæ fieri necesse est.

Itaque supponamus ad tabulæ sequentis faciliorem intellectum, alicuius globi, vel sagittæ iactum verticalem esse 10000, reliquósque iactus fieri absque aëris, aut alterius medij resistentia, erit altitudo iactus vnius gradus, 3; duorum graduum, 13; trium graduum, 28, & ita de

reliquis, vt in ſequente tabula cernitur; cuius prima columna gradus



omnes eleuationis ab 1 ad 90, complectitur: ſecunda iactus altitudinem gradui è regione debitam.

Porrò longè difficilior eſt experientia, & obſeruatio harum altitudinum, quàm longitudinum, quas videlicet horizon oſtendit, cùm nullum in aëre ſuperſit veſtigium altitudinum; quæ ſine turribus, vel rupibus altiſſimis, obſeruari nequeunt; quibus notam aliquam globi, vel ſagittæ contactibus ſuis imprimant, niſi feneſtræ fiant in turribus, & in rupibus ſtationes, ex quibus iactuum obſerues altitudinem. Crediderim autem has altitudines melius à globis, & ſagittis obſeruari quàm longitudines, quamuis aër his & illis officiat. Quæ omnia facilè in ſalientibus deprehendes, vt Hydraulica doceat quod Balliſtica negauerit.

ALTITVDINES IACTVVM.

Gr.		Gr.		Gr.		Gr.	
1	3	25	1786	49	5698	73	9144
2	13	26	1922	50	5868	74	9240
3	28	27	2061	51	6038	75	9330
4	50	28	2204	52	6207	76	9415
5	76	29	2351	53	6379	77	9493
6	108	30	2499	54	6546	78	9567
7	150	31	2653	55	6710	79	9636
8	194	32	2810	56	6873	80	9698
9	245	33	2967	57	7033	81	9755
10	302	34	3128	58	7190	82	9806
11	365	35	3289	59	7348	83	9851
12	432	36	3456	60	7502	84	9890
13	506	37	3621	61	7649	85	9924
14	585	38	3793	62	7796	86	9951
15	670	39	3962	63	7939	87	9972
16	760	40	4132	64	8078	88	9987
17	855	41	4302	65	8214	89	9998
18	955	42	4477	66	8346	90	10000
19	1060	43	4654	67	8474		
20	1170	44	4827	68	8597		
21	1285	45	5000	69	8715		
22	1402	46	5173	70	8830		
23	1527	47	5346	71	8940		
24	1685	48	5523	72	9045		

Cúmque ſaliéntis, vel iactus cuiuſpiam altitudinem agnoueris, verbi gratiâ ſalientis ad eleuationem 22 graduum, quæ eſt in tabula 1402 quampiam alteram beneficio regulæ proportionis inuenies. Exemplum eſto iactus, vel ſalientis, cuius altitudo 22 pedum, ad prædictam 22 graduum eleuationem: & quæratur altitudo verticalis; quæ habebitur, ſi vt 1402 ad 10000, ita fiat 20 ad 142, & paulò amplius, hoc eſt altitudo iactus verticalis erit ad minimum ſeptupla altitudinis iactus viginti duorum graduum.

Eodémque módo alia iactus cuiuſlibet altitudo, verbi gratiâ iactus

medij 45 graduum inuenietur; qui cùm sit 5000, in tabula; si vt 1402 ad 5000, ita fiat 20 ad alium numerum, altitudo salientis, vel iactus, ad 45 graduum eleuationem, erit 71; proximè; vel, absque noua supputatione, dimidia erit verticalis altitudinis: neque difficilius est ex altitudine verticali, 22 graduum altitudinem, aut quamlibet aliam inferre.

MONITVM.

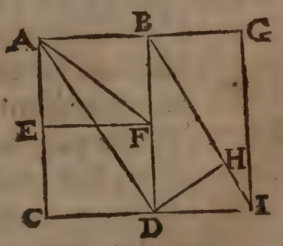
CVm nondum desint qui negent globum, sagittam, aut aliud graue verticaliter emissum ab eo qui vel eques incedit, vel curru, naui, aut alio modo gestatur, ad iacientis manum redire posse; quòd motuum compositioni numquam animum adhibuerint, placet sequente propositione difficultatem omnem amouere, variaque phænomena prædictæ compositioni necessariò coniuncta explicare.

PROPOSITIO XXXII.

Motuum quorumdam explicare compositionem, naturalis præsertim, & violenti; & ostendere quomodo pila, vel alia grauia, quæ verticaliter quispiam equo, naue, vel curru vectus verticaliter proiecerit, in illius tamen manum necessariò redeant.

VT motuum compositiones intelligantur, quæ totidem modis combinari, conternari, cōquaternari, &c. quot numeri, vel lineæ coniungi, miscerique possunt, præter ea quæ diximus tam præludio, quàm à 20. propos. Mechanicorum vsque ad calcem, nonnulla velim addere, quæ iuuent imaginationem, & intellectum.

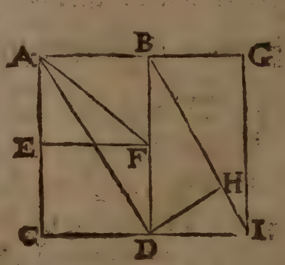
Sit igitur ABEF quadratum, cuius duplum parallelogrammum AD; atque ex angulo quadrati A sufflet ventus in B, eodem impetu quo ventus alter ex A in E, clarum est mobile in A intellectum, neque ad B, neque ad E punctum iturum, sed ad F, per rectam AF, quæ ita componetur ex motibus AB & AE, vt tamen non sit illi æqualis, licet vtriusque impellentis vel trahentis desiderio vtcumque satisfaciat; cùm enim qui pellit A, ad rectam B illud propellat, ad BF peruenit per AF; quemadmodum idem A impellens ad rectam E, scopum attingit in eodem puncto F, per eandem diametrum AF: neque tamen



hic aut ille suis votis perfectè satisfacit, cùm hic graue A trahere vellet ad punctum E, ille verò ad B punctum. Quare dici potest vtrumque duntaxat ad scopum suum δυνάμει, non verò ἐνεργείᾳ, peruenire, cùm recta A F sit æqualis potentiâ rectæ A E, plus rectâ A B, ob quadratum A F, quadratis A E & A B æquale. Sit præterea rectangulum A B C D, sitque A C duplum A E; si vis intelligatur in A, quæ pellat graue A versus B, & alia vis primæ dupla, quæ idem graue A eodem tempore pellat in C, ad punctum D, per rectam A D, perueniet.

Vbi notandum est graue A latum, vel impulsum vno gradu celeritatis dextrorsum ad B, & vno gradu celeritatis deorsum in E, quibus peruenit ad F, non acquisiuisse duos gradus celeritatis; aut tres gradus in puncto D, cum duobus gradibus celeritatis motũ est ab A ad C, & vno ab A ad B, per rectam A D peruenit ad D, alioqui recta A F esset ad rectam A D, vt 2 ad 3 (cum linea sit ad lineam vt celeritas ad celeritatem) quod verum non est, quandoquidem est A F ad A D, vt 2 ad radicem 10, vel vt radix 2 ad radicem 5. Hoc est, celeritas ab A ad F, ad celetatem ab A ad D, non est vt composita ex A B, & B F, ad compositam ex A B & A C; sunt enim velocitates vt subtensæ A F, A D, seu vt radices quadratorum ex lateribus aggregatorum.

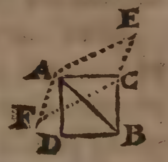
Porrò notandum est D H rectam ab angulo D in diagonalem B I perpendiculariter actam, minimè diuidere B I diametrum in partes eandem inter se rationem habentes, quam habent B D & D I; neque prædictam perpendicularem ad hoc vtilem esse, vt discernatur quæ pars motus B I debeatur potentiæ mouenti mobile B in G, vel quæ pars debeatur potentiæ eodem tempore mouenti idem B in D (quæ quidem diametri B I partes in eadem esse debent, ac lineæ B G, B D, ratione. Quapropter emendandum quod priùs ad prop. 22. tract. Mechan. pag. 80. secus dictum est; vt in Præfatione ad ipsa Mechanica monui, paragrapho quinto.



Omnis autem diameter iuxta laterum rationem diuidetur, si angulus E K N, figuræ pag. 80. Mechanicorum, aut alius quispiam siue rectus, siue obtusus, siue acutus, bifariam diuidatur, à linea ex anguli puncto K ducta in diametrum, quam semper in ratione laterum secabit. Angulus autem quilibet bifariam diuiditur pluribus modis, verbi gratiâ descripta circumferentia ex radio K E: Quapropter omisso diagrammate lib. Mechanicorum, constat ex hac figura propos. istius, D H rectam, non diuidere diagonalem B I, in ratione laterum B D I;

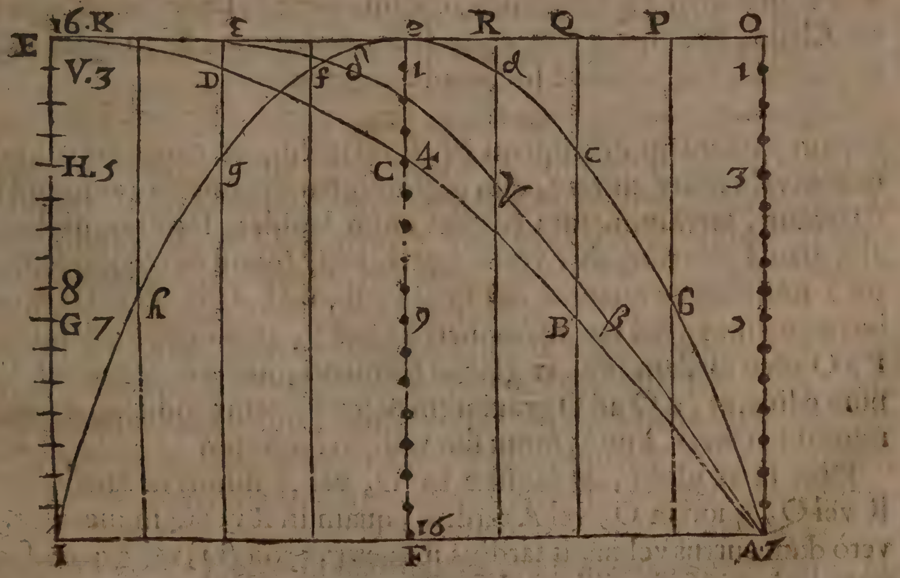
hoc eſt non diuidere angulum B D I bifariam.

Præterea notandum eſt non ſolùm rectam A B, vel aliam quacumque, produci poſſe à duobus motibus A C, & A D, ſed & ipſam rectam A C eodem tempore generari poſſe à duobus motibus F A, & A E; iterumque latus A E deſcribi poſſe à duobus aliis motibus, & ita in infinitum. Hinc fit vt neſcire poſſis à quibus cauſis motus aliquis propoſitus deſcriptus fuerit, niſi cauſas ipſas noueris; cùm enim motus idem fieri poſſit à mille cauſis, vel à paucioribus, imo & ab vnico motore, ſemper incertum erit à quot, & à quibus, niſi motores ipſos videris, aut aliunde cognoueris.



Non ſolùm autem recti motus à variis motoribus ad diuerſas partes tendentibus, ſed etiam motus circulares, & quouis modo curui, à diuerſis motibus rectis generari poſſunt, vt ex ſequente figura conſtat; ſi enim eodem tempore quo graue quodpiam ab *e* puncto cadet ad F, iuxta ſolitam velocitatis accretionem, hoc eſt per numeros quadratos 1, 4, 9, & 16, moueatur lateraliter æquabili motu, hiſce duobus motibus compoſitis curuam *e*, *d*, *c*, *b*, A deſcribet, quam ſæpenumero parabolam eſſe diximus; idemque dicendum de ſiniſtra parte parabolæ *e*, *f*, *g*, *h*, I.

Hunc autem motum curuum, qui ſenſibus ita ſunt obnoxij vt nil ferè rationi tribuant, vix credent, niſi deſcenderint è curru, vniformiter,



ſiue æquabiliter moto, ſtantibus enim in puncto I, globus, aut lapis

proiectus ab existente in curru perpendiculariter versus E punctum, apparebit moueri, non per rectam I E, cùm ascendendo, tum exscendendo, sed per curuã I, *h*, *g*, *f*, *e* ascendendo, & per *e*, *d*, *c*, *b* 7 exscendendo.

Similiter si quis ex curru moto manum attollens in *e*, pilam, aut lapidem ex *e* puncto labi sinat, eodémque tempore, quo descendit motu proprio ab *e* ad F, currus ad A perueniat, videbit oculus stans è regione puncti F, pilam non moueri per rectam *e* F, vt credit curru gestatus, sed per curuam *e* A.

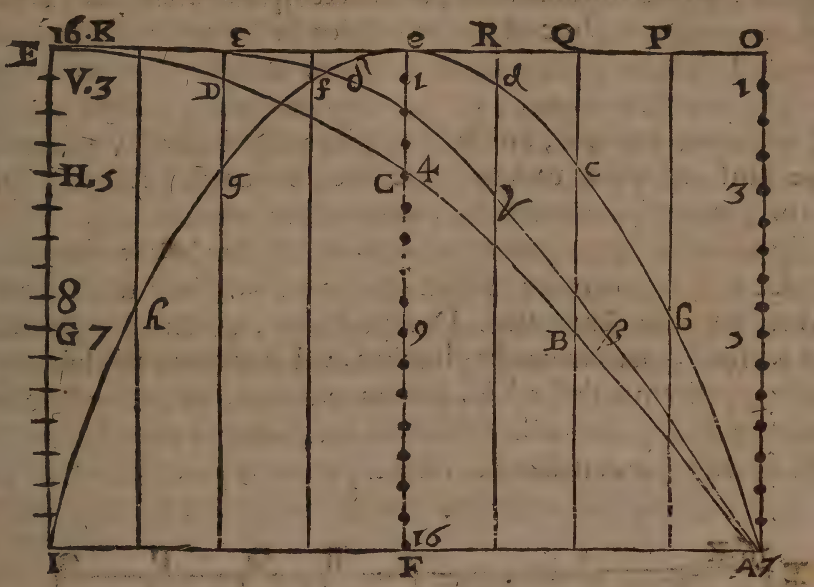
Cuius motus ratio, & causa suggeritur ab ipsa figura, cùm enim lapidi currus motum imprimat, quo spatium horizontale *e* R conficit eodem tempore, quo motu naturali descendit ab *e* ad 1, in perpendiculari *e* F, in sexdecim partes æquales diuisa, necessarium est ex istis duobus motibus simul iunctis componi motum curuum *e d*; cúmque secundo tempore, propter motum à curru priùs impressum, eodem tempore moueatur per R Q, quo descendit ab 1 ad 4; deinde per spatium Q P, & P O, moueatur horizontaliter iisdem temporibus, quibus descendit à 4 ad 9, & à 9 ad 16, necesse est vt eodem momento, quo punctum F tangeret in curru stante, tangat A in curru mobili.

Quæ cùm adeò clara sint, vt ipsis oculis sæpenumero satisfieri curauerimus; & tractatu suo de Translato motore, (quo ferè omnia eleganti stylo persequitur Gassendus noster, quæ Galileus operoso Dialogo quarto demonstrat) totam historiam ab experimento luculentissimo nauis super mari Mediterraneo, coram optimo, sapientissimóque Duce Alesio, Prouinciæ Prorege, facto deduxerit, & in ipsos oculos coniecerit, non est quod hîc plura congeramus.

Quanquam aduertendum est nec à mali summitate, nec in curru perfectam parabolam descriptam iri, si vel nauis, & currus intelligantur eadem velocitate currere, quo globus ignarij tormenti, aut apud Aristarchum, terra mouetur; constat enim lapides, sagittas, globos, & alia grauia proiecta, ab *e* verbi gratiâ, ad O (quod iter leucæ supponatur) non transire quatuor illa spatia *e* R, R Q, Q P, & P O temporibus æqualibus; sed tardiùs moueri à Q ad P, quàm ab *e* R; & motum à P a O adeo tardum esse, vt globus tormenti, qui per spatium *e* Q sonum ediderat, à Q ad O grauiorem & grauiorem producat, donec horizonti occurrat, à quo, motu suo reliquo spoliatur.

Hinc fit vt globi, & sagittæ in O, vel A minus lædant quàm in R vel Q, quòd in O, vel A tardius, quàm in R vel Q moueantur. At verò dum currus vel nauis tardiùs mouetur, proiecta, vel grauia suopte nutu cadentia ferè nihil quod sensibus possit esse obnoxium, ab aëris resistentia patiuntur, cùm nauis assequi nequeat motum lapidis manu horizontali-

horizontaliter proiecti: quod facilè poſſis experiri, ſi tempus metiaris quo nauis decem hexapedarum ſpatium confecerit, ad quas lapis proiectus velociùs perueniet.

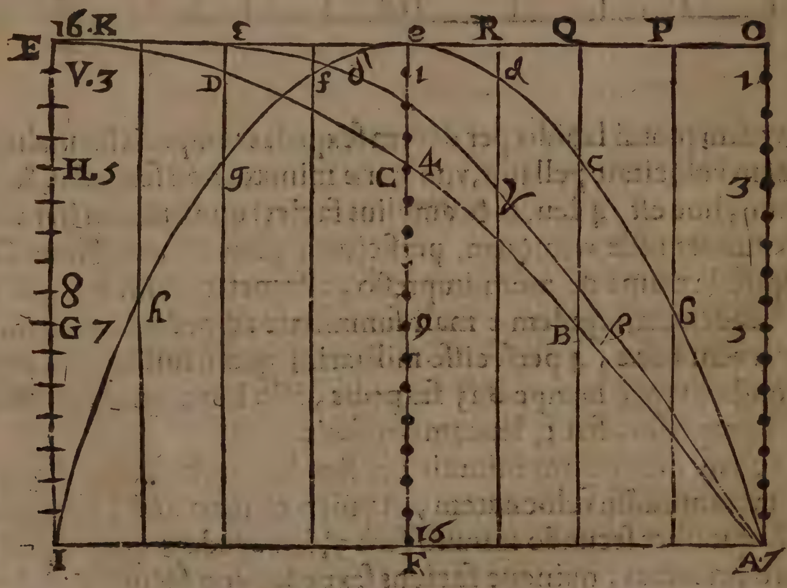


Demus enim motui lapidis per decem ſexpedas temporis ſecundum; ſi nauis eadem velocitate pellatur, vno horæ minuto, 600 ſexpedas, & vna hora 36000, hoc eſt 14 leucas & amplius faciet: quod tamen iter triremes vehementer actæ numquam perficiunt, cùm accuratiſſimus Gaſſendus Epiſtola prima de motu impreſſo, affirmet triremem, quâ expertus eſt cadentem lapidem è mali ſummitate ad pedem eiuſdem, intra quadrantem horæ, 4 perfeciſſe milliaria; quæ ſi milliaribus æqualia ſint, quibus vtor, nempe 625 ſexpedis, illo horæ quadrante triremis 3125 hexapodas, ſeu $1\frac{1}{4}$ leucam confecit.

Cùm autem quindecim minutis conſtet horæ quadrans, ſequitur triremis tantam fuiſſe velocitatem, vt vnico minuto $208\frac{1}{3}$ hexapodas fecerit, & quolibet ſecundo minuto ferè $3\frac{1}{2}$ hexapedas; quapropter lapis à puero proiectus, quinque faciens ſexpedas vno ſecundo, celerrimam triremen ſuperat, vel ad minimum adæquat: quamobrem mirum non eſt pilam ab *e* puncto in F cadentem reperiri in A puncto, ad quod malus ex F in A, (quod ſit ſpatium trium aut quatuor ad ſummum hexapedum) peruenit, cùm in horizontali motu tantæ tarditatis parum admodum aër pilæ currenti officiat.

At ſecus continget ſi F A, per quod pila moueatur, vnius milliaris ſupponitur, quod triremis ſpatio 20 ſecundorum perficiat, tanta ſiquidem aëris reſiſtentia in tanto ſpatio futura eſt, vt curua *e*, *c*, *b*, 7 longè citra punctum A deſinat; tantoque ſemper ab exacta parabola magè deficiat, quanto ſolidum aëris, eodem tempore percuſſum, & præteritum, maius fuerit, hoc eſt quantò maior fuerit ptoiecti velocitas horizontalis; quandoquidem aër tantumdem impedit pilæ motæ ſpatium in vacuo conficiendum, (in quo ſolo perfecta parabola expectanda ſit) quantum aër ipſe, eiuſdem ac pila magnitudinis, pilam in aëre ſuſpenſam, in quam eadem velocitate, eodemque tempore ſpiraret, quo pila moueri ſupponebatur, retrocedere cogeret.

Quibus addo nequidem in trireme, tres ſolùm hexapedas ſpatio minuti ſecundi percurrente, pilam cadentem ex *e* in F deſcribere parabolam; quod ita demonſtro. Duæ pilæ ab *e*, quietis puncto, deſcendant verſus F, quarum vna ſit plumbea, vel quercina, alia ſuberea; moueatúrque triremis ab F ad A, eodem tempore, quo pila plumbea deſcendet ab *e* ad F; hæc pila deſcendet per parabolã *e d c b* 7, vt iam dictum eſt: cúmque certiſſima conſtet experientia pilam ex ſubere tardiùs



ab *e* ad F, quàm plumbeam deſcendere, quippe punctum 9 ſolum attingit, quando plumbea peruenit ad F; & tamen primo dimidio ſecundo ſimul ita cum plumbea ab *e* ad *i* deſcendat, vt ſenſus nullum

inter ambas discrimen obseruare possit, clarum est initio motus pilam vtramque partem *e d* parabolæ ad sensum describere, deincepsque pilam subeream minimè *d c b* curuam assequi, sed per aliam descendere, eò latiorem quò mouebitur tardiùs ab *e* ad F, donec pila tantæ fiat leuitatis, vt nullam aëris particulam possit impellere, vel permeare; sed neque tunc per *e* F descenderet, neque ab *e* versus O moueretur, nisi forsan ad replendum spatium, quod triremis, vel eius mali summitas *e* post se relinqueret.

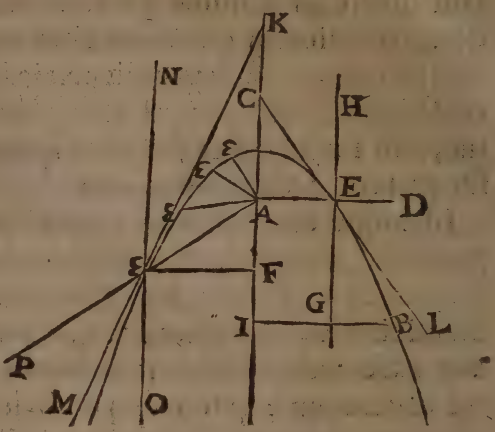
Idemque dicendum de corporibus leuioribus à puncto I versus E proiectis, in curru, vel triremi currente, quæ minimè descriptura sunt curuam I, *hg*, *fe*, *d*, *c*, &c. Quæ omnia ex nostris obseruationibus Hydraulicis adeo clara sunt, vt quis perdat operam si plura quærat. Tantùm addo curuas semper futuras esse differentes, quoties proiectorum, vel cadentium è quiete corporum leuitas diuersa fuerit: exempli gratiâ, cùm globus ex subere, ab *e* in F, 48 pedum existente, cadat spatio 3 secundorum, globus ex medulla sambucea, spatio 5. secundorum, & globus ex Cypriani vesicula constructus, 8 secundorum spatio, certum est curuas ab illis, ex mali *e* summitate cadentibus descriptas, inter se, & à curua, quam globus ligneus describit, admodum esse differentes: cumque triremis spatium spatij F A duplum, vel triplum faciat, quandiu medullaceus globus ab *e* ad F descendit, curua duplo, triplóve latior erit, quàm parabola *e* A, licet ab initio ferè coincidat cum *e d* curua.

MONITVM.

PLacet addere motum grauium terræ motui supposito iunctum, vt appareat vnicuique quid ex illa motuum coniunctione nascatur, vel quæ linea describatur: si tamen priùs monuero tantũ ex motuum compositione nostrum profecisse Geometram, vt illorum ope generalem methodum inuenerit ad cuiuslibet curuæ tangẽtes facillimè reperiendas, quales sunt trium sectionum conicarum curuæ, & choncoidarum, cissoidis, quadratricis, trochoidis, &c. Vnicum exemplum in parabolæ gratiam affero, si priùs supponatur motus curuam describentis directionem in quolibet curuæ puncto esse rectam, quæ curuam in illo puncto tangit.

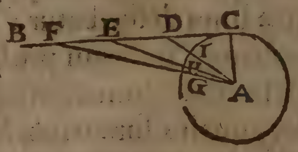
Sit igitur descripta parabola *e* E B, cuius focus A; sitque tangens *e* puncti in recta P A siti reperienda. Quod vt fiat, ducatur à foco A,

recta AD, per ε punctum transiens: deinde lineâ ε F, perpendicularis axi AI. Cúmque motus puncti ε, recedant æqualiter à puncto A, per lineam rectam A ε; & à puncto C, (quod tantumdem à vertice parabolæ, quantum ab eodem focus A, distat) per lineã F ε, sitq; directio motus illius in recta A ε, ipsa A ε; directióq; motus in recta F ε, sit N O, vel KI. Fiátq; motus in F ε descendendo à C in F, sequitur motus istiusmodi æquales esse. Quapropter si diuidatur angulus O ε P bifariam rectâ M K, quæ est diameter rhombi circa P ε O, & per consequens directio motus ex motu P ε, & O ε, compositi, erit ipsa M K tangens puncti parabolæ ε E B.



Potest etiam ε punctum veluti sectio communis duarum rectarum intelligi, videlicet A ε infinitæ, circa punctum A motæ, & F ε similiter infinitæ sibi ipsi parallelas ita descendentis, vt punctum F semper in linea C I maneat.

Idem ad figuræ dextram reperies, nam angulus rectus G E D rectâ C L bifariam sectus ostendit L C tangentem; quod quidem inuentionis principium ex communi tangentium istarum inuentione confirmatur, quam habet Apollonius 33. lib.1. Omitto reliqua, de quibus prædictum Geometram consulere possis. Addo solùm, radium A C quauis celeritate motum, & in puncto C grauis aliquo intellecto, vel ipsius circumferentiæ C G partibus grauibus existentibus, si in aliquo circumferentiæ puncto dissiliant, putà in C, per lineam C B motas iri, quòd sit tangens puncti C, quæ est linea directionis motus radij A C, circa punctum A: quod ex rotis proiicientibus probari potest, nunquam enim pondus C, rotæ circumactæ, per C I G, sed per C D, &c. mouebitur.



PROPOSITIO XXXIII.

Describere lineam oculo immoto apparentem, quæ in curru, equo vel naui currente solummodo perpendicularis existimatur, etiam motu diurno terræ supposito.

MOtus lapidis perpendiculariter in altum proiecti ex naue mota super mari, eademque naue habente motum telluris communem, si motus nauis à vento, sit æqualis motui telluris, describet parabolam, cuius latitudo dupla est latitudinis parabolæ descriptæ à motu lapidis sursum, & motu nauis horizontali æquabili, quiescente terra. Sit enim parabola facta ex motu lapidis sursum, & motu nauis horizontali æquabili A, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, cuius dimidia latitudo F A. Cùm ergo lapis est in *b*, propter motum nauis, si accedat motus telluris æqualis motui à vento, erit lapis eo tempore in B, id est bis tantum progressus in linea horizontali. Similiter, secundo tempore, quo quiescente terra debebat esse in *c*, erit in C, & tertio tempore erit in D, cùm absque motu terræ lapis sit tãtùm in *d*. Quarto deniq; tẽpore erit in E, & dimidia illius latitudo erit I A. Cõstat enim hanc lineam esse parabolicam, ex eo quòd *e* F, diuidatur in partes 16 æquales, quarum vna abscinditur in puncto D, 4 in puncto C, 9 ad B, & 16 ad A. Vide figuram pag. 114.

Porrò si terra moueretur duplò tardius, quàm nauis mouetur à vento, fieret parabola A, β, γ, δ, ε, cuius altitudo sesquialtera latitudinis F A. Denique si terra moueretur centies millies velociùs, quàm nauis feratur à vento, describeretur tamen parabola eiusdem altitudinis, sed latitudinis adeo immensæ, vt illa linea videretur recta oculo penitus immoto, à qua non differret sensibiliter. Si verò à vertice E tormentum exploderetur, quiescente naui, & eâ velocitate moueretur globus in partem aduersam, quâ fertur tellus, globulus propter grauitatem descendens describeret lineam rectam E I, & quandiu globus in linea collineationis horizontali solet apparere, cerneretur immobilis in puncto E.

Si verò in eandem ac terra partem, putà ab E ad O, moueretur, oculo in E vel I immoto per parabolam E D C B A currere videretur, cuius latitudo I A, dupla latitudinis parabolæ *i*, *h*, *g*, *f*, *e*.

Eodemque modo pila, à ludente in naui, percussa in *e* puncto versus E, videretur immobilis ab oculo in fluminis, vel maris immoto margine spectata, si eodem tempore ab *e* ad E moueretur, quo nauis ab *e* ad O currit; & alia pila ab aduersario in E vi æquali percussa, ab eo-

dem oculo per totam lineam E O moueri videretur, eodem tempore quo prima pila in *e* puncto, velut in aëre ſuſpenſa cerneretur. Ex quibus facilè alia phænomena quiſpiam intelligat.

Motum telluris ex annuo & diurno compoſitum omitto, quandoquidem ex dictis facilè poteſt intelligi qualis pilæ motus ab oculo immoto videndus ſit, his duobus motibus ſuppoſitis.

Sunt etiam alia quæ poſſint ex hac figura intelligi, præter motus illos ex verticali A O, vel F *e*, vel I E, & ex horizontali O *e*, vel E *e*, vel A F, & I F compoſitos, qui ſemper lineas parabolicas deſcribent, minoris aut maioris latitudinis, iuxta motus horizontales æquabiles, tardiores vel celeriores; exempli gratiâ, ſi poſtquam cecidit lapis, aut aliud graue ab O ad A, vel ab *e* ad F, vel ab E ad I, certum eſt, ex dictis, lapidem tantum impetum in A, vel F, vel I concepiſſe, vt tempore æquali, quo deſcendit ex O, vel *e*, vel E in A, aut I, duplum ſpatium lineæ I E confecturus ſit; hoc eſt, cùm 4 temporibus ab E puncto ad I deſcenderit, ſi reuertatur ab I verſus E, illa velocitate, quam acquiſiuit in I, 4 temporibus 32 ſpatia percurret per lineam I E vltra E productam.

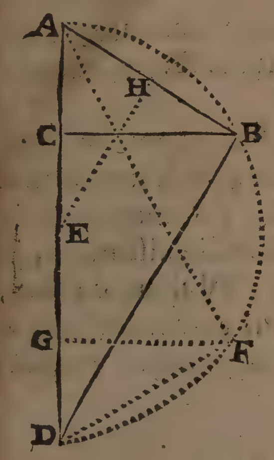
Sed cùm grauitas, quæ ſemper eſt comes lapidis tam aſcendentis quàm deſcendentis, hunc impetum eadem ratione retundat, & imminuat, quo illum in deſcenſu iuuerat, & auxerat, continget primo tempore lapidem, qui ſine grauitate octo ſpatia confecturus erat, ſeptem duntaxat percurſurum, & ad punctum G, non ad punctũ 8 aſcenſurum. Secundo tempore alia octo ſpatia percurriſſet vſq; ad E; ſed cùm ſecundo tẽpore grauitas tres gradus auferat, & non ab 8, ſed à G incipiat, hoc tempore ſolùm ad H aſcendit. Tertio tempore grauitas ei quinque gradus adimit, & ideo ab H ad V aſcendens tria duntaxat ſpatia percurrit. Quarto denique tempore ſpatium vnicum ab V ad E conficit, quòd grauitas ei ſeptem abſtulerit. Vide figuram pag. 113. & 114.

MONITVM I.

De grauium deſcenſu ſuper planis inclinatis.

CVm iam de iſto deſcenſu pluribus in vtriuſq; harmoniæ locis, & in Mechanicorũ præludio dictum fuerit, ſequentia faciliùs intelligi poterunt. Sit igitur planum inclinatum A B, ſuper quo globus ab A puncto quietis, vſque ad H, vel ad B deſcendat. Vbi plura quæri poſſunt; primò, quantò tardiùs ille globus per A B, quàm in perpendiculari A D deſcendat; ſecundò, quantò velociùs in plano A F magis inclinato quàm in A B; atque adeo quibus in locis futurus ſit in

perpendiculari A D cùm ad H, vel B ſuper plano A B, vel ad F ſuper plano A F peruenit. Tertiò, quam lineam deſcribat ille globus, qui eodem tempore, quo ſuper planis illis deſcendit, fertur ſimul horizontalitaliter curru, vel naue.



Duo verò prima facilè ſoluuntur, quandoquidem velocitas globi per A D deſcendẽtis, eſt ad illius velocitatem per A B deſcendentem, in ratione A C ad A B reciproca; hoc eſt vt B A ad A C, ita velocitas per A C ad velocitatem per A B: exempli gratiâ, ſi A B ſit duplum A C, velocitas per A C dupla erit velocitatis per A B. Idemque dicendum de velocitate per A F, comparata velocitati per AD: & de duabus velocitatibus per illa duo plana inclinata, quorum velocitates ſunt in reciproca ratione longitudinum.

Quibus adde punctum in perpendiculari plano A D facilè reperiri, ad quod grauia peruenire debeant, eodem momento quo datum planorum inclinatorum punctum attingunt; nam recta planis inclinatis perpendicularis, ad planum A D producta, determinat punctum illius quæſitum: exempli gratiâ, cùm ab A peruenit globus ad H, vel B, perpendicularis H E, vel B D oſtendit punctum F, vel D, ad quod globus eodem tempore deſcendit, quo ſuper plano A B, punctum H, vel B attingit: eodemque modo reperies ex dato puncto plani A D, ad quem locum planorum inclinatorum graue deſcendens perueniret, cùm eædem lineæ ex punctis E & D actæ perpendiculares planis A B, & A F, oſtendant prædicta puncta in A B, & punctum F in plano A F.

Cùm autem perpendiculares illæ rectum angulum faciant cum planis inclinatis, ſintque omnes anguli recti in ſemicirculo A B F D, vel alio ſimili, nihil punctorum illorum inuentione facilius. Sed difficilior eſſe videtur lineæ compoſitio ex A B, vel A F, & horizontali linea C B, aut aliâ quapiam, per quam transfertur globus A, eodem tempore quo mouetur ſuper A B, vel alio plano inclinato.

Qui tamen propiùs inſpexerit motum globi eodem tempore per planum A B currentis, & eius caſum in duplicata ratione temporum accelerantis, quo planum horizontale C B, quocumque motu, dummodo æquabili, à C per B vlterius promouetur, lineam illam iudicabit parabolam, idque in omni cuiuſlibet plani inclinatione; quemadmodum eſt parabola, cùm per plana inclinata quæcumque aſcendentia D F, vel D B, globus eodem eodem tempore aſcendit, quo planum horizontale

à G ad F, vel à C ad B promouetur: eritque A B generationis diameter, & C B ordinata.

Si verò globus æquabili motu peræquè ſuper plano inclinato, ac ipſum planum horizontale, moueretur, deſcriberetur recta, quamcumque rationem motus illi ad inuicem habeant.

Si denique grauia deſcenderent aliis modis, ſeu proportionibus, quas prop. 18. explicauimus; verbi gratiâ, ſi quatuor primis temporibus æqualibus eo conficiant ordine & numero ſpatia, quo numeri ſerie naturali progrediuntur, 1, 2, 3, 4, &c. vt Varro, & alij exiſtimant, in naue mota caſus lapidis non deſcriberet parabolam, ſed aliam curuam, cuius proprietates facilè innoteſcent, quòd ſequatur numeros triangulares, 1, 3, 6, 10, &c. duobus enim primis temporibus, 3: tribus, 6; quattuor, 10 ſpatia lapis cadens percurrit.

PROPOSITIO XXXIV.

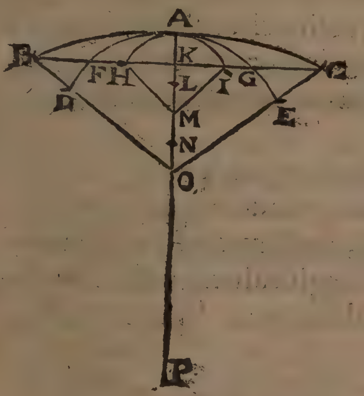
Dato arcu datæ tenſionis, cuius ſagitta, vel pila in data ſuper horizontem inclinatione ſuum miſſile ad certum ſpatium mittat, dare alium arcum ſimiliter tenſum, qui ſuum miſſile longiùs emittat in data ratione, quantum fieri poteſt.

HÆc propoſitio erit ſequentis veluti præambulum, ſiue præparatio. Vix autem vllum reperias qui non aſſerat illud problema eſſe penitus impoſſibile, niſi de rebus phyſicis geometricè crediderit tractandum eſſe, vt quemadmodum progreſſio numerorum, vel linearum in quacunque ratione in infinitum abit, qualis eſt, verbi gratiâ, proceſſus arithmeticus 1, 2, 3, &c. vel geometricus, 1, 2, 4, 8, &c. ita poſſit robur, & vigor arcuum magis ac magis creſcere, & ſagittas longiùs atque longiùs emittere, quod cùm ex multis capitibus repugnare videatur, tum quòd illud virium augmentum non patiatur materiæ fragilitas, neque hominum induſtria poſſit arcus conſtruere, vel flectere, ſi fingantur animo tantarum eſſe virium, vt ſuas ſagittas hinc ad ſtellas, ſolem, vel lunam iaciant; neque fortaſſis aër tantam violentiam aut velocitatem pati queat, vt viam aperiat telis ea velocitate excuſſis, quæ neceſſaria foret ad iactus adeo longos & veloces; hæc propoſitio reſtringenda, noſtris vt vſibus accommodetur.

Supponamus ergo baliſtas, vel arcus ad iactum maiorum tormento-

torum ignariorum, hoc est ad tria milliaria, posse peruenire, nec enim desunt qui putent veterum machinas militares ad hoc spatium lapides talentarios, aut sagittas trabibus nostris æquales proiecisse; quod cùm vix credam, neque hactenus vllâ ratione, vel auctoritate satis firmâ probatum viderim, ne tamen vlli repugnem, supponamus etiam hominum industriâ arcum vel chalybeum, vel cuiuslibet alterius materiæ parari posse, qui vel solus, vel aliis iunctus viribus ad spatium præcedentis duplum, aut triplum, hoc est ad duas aut tres leucas telum, sagittam, lapidem, aut aliud graue quodpiam possit emittere.

Quibus positis, sit arcus sequens H K I lunatus, cuius neruus ad M adductus faciat angulum æqualem angulo nerui B C, ad arcum B A C pertinentis, & ad O adducti, sintque isti arcus cum suis sagittis, & neruis in omnibus similes; minoris autem H A G tensio fiat vsque ad M vi ponderis 50 librarum, eiusque iactus medius, (qui & omnium maximus) sit 50 hexapedum, vt nostris arcubus ligneis contingit: quæraturque quantò maior esse debeat arcus, vt ad duplam vel triplam distantiam sagittas mittat: cuius robur si duplum fuerit pluribus sufficere videatur: quod quidem robur si metiaris ex viribus tendentibus, experientia docet arcum chalybeum mille viribus, seu libris tensum, duplò solùm longius sagittam emittere; cùm enim arcubalistam illis ponderibus tendiderim; iactus illius vix centum hexapedas superauit, quamquam alia balista chalybea sagittam ad 150 sexpedas emisit.



Porrò variis experimentis fultus suspicari potest quispiam vim arcus octuplam esse debere, vt iactum duplum habeat, qualis arcus B A C arcus H A C longitudine duplus futurus videtur, si fuerint inter se similes instar cuborum, qui sunt in ratione triplicata suorum laterum: atque adeo pondera tendentia in ratione triplicata iactuum futura; exempli gratia, si chalybeus arcus H A G 50 libris tensus in M, sagittam ad 50 sexpedas mittat, arcus B A C telum ad 50 missurus sexpedas, tendetur ad O libris 1350.

At huic suspitioni non pauca opponunrur, præsertim verò quod istius tracti initio notatum est, arcum ligneum B A L vno pondere tensum in L, sagittam suam emisisse ad certum spatium, & duplo pondere tensum

ad M, eandem sagittam emisisse ad duplum spatium: & ad N triplo tensum pondere, ad triplum spatium excussisse. Quapropter arcus sufficere videtur duplus viribus, vt ad duplum spatium iaciat. In arcubus chalybeis nunquam ratio ponderum per æqualia spatia K L, LM, MN, L N O, neruum H C tendentium maior visa est, quàm (ad summum) duplicata prædictorum spatiorum, vt in obseruationibus initio libri allatis reperies, sed qualis iactuum ratio ex illis punctis futura sit, an eadem ac in arcubus ligneis, an diuersa, iuxta tensionum diuersitatem, non potuimus obseruare.

Hîc autem non solùm arcus similes, sed etiam longitudine æquales, & crassitudine differentes considerari possunt; num videlicet arcus duplò vel triplò crassior, vt vim maiorem ad sui tensionem requirit, ita longiùs telum mittat. Verùm cùm cylindri eiusdem materiæ vim eò maiorem requirant vt flectantur, quò crassiores fuerint, non eò velociùs redeunt, cùm tamen reditus velocitas maximè faciat ad sagittas longius transmittendas.

Quapropter in illam velocitatem inquirendum, antequam dubium præteritum solui possit: nisi enim diuersæ vires tendentes inferant maiorem recurrentis arcus & nerui velocitatem, nullum credo ex sola maiorum virium tensione iactuum maiorem longitudinem posse concludere. Cur enim non occurrat materia flexu difficilior, licet incuruata minore velocitate recurrat?

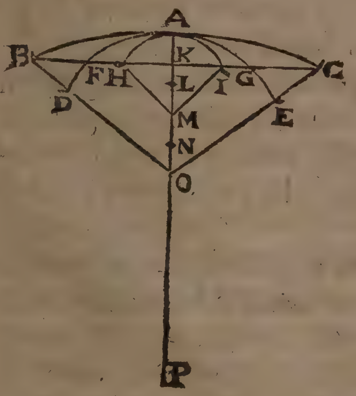
PROPOSITIO XXXV.

Arcu dato, cuius recursus sit datæ velocitatis, alterum arcum inuenire, cuius recursus præscriptam habeat cum præcedente velocitate rationem: vbi de tensione nerui necessaria, quâ bis, ter, &c. velociùs, aut tardiùs recurrat.

QVæ propositio (quemadmodum præcedens, & cæteræ materiam inuoluentes) intra naturæ & artis fines cohibenda, cùm non ita possit quælibet exhiberi celeritas, vt solâ ratione consideratur. Cùm autem maximum duplæ velocitatis signum esse videatur, cùm missile duplum iter eo tempore percurrit, quo missile aliud conficit iter subduplum; constetque ex nona propositione huius tractatus, sagittam ex arcu chalybeo mille ad minimum libris tenso missam duplò tantùm velociùs moueri sagittâ, quam arcus ligneus 50 libri tensus emittit

quippequæ 30 hexapedas duabus ſecundis percurrit, quas vnico ſecundo prior ſagitta conficit, non abſque cauſa putabit aliquis vim arcus vigecuplam eſſe debere, vt duplò velociùs redeat, vigeſies enim 50 continentur in 1000. Vel quia chalybei reperientur arcus, qui forte libris 400 tenſi poſſint illas 30 hexapedas ſpatio vnius ſecundi percurrere, ſaltem tenſionum vires erunt in triplicata ratione velocitatum: vel in quadruplicata, ſi vis tendẽs validioris arcus ſit ſexdecupla virium arcus debilioris, hoc eſt ſi pondera ſint inter ſe vt 800 ad 50. Vnde concludatur arcum eadem velocitate ſuam emittere ſagittã, quâ globus exignaria catapulta exploditur, (qui 90 videlicet hexapedas vno ſecundo facit) tendendum eſſe, vel 6400 libris ad minimum, vel ad ſummum 12800, aut 16000; vt illius catapultæ, quam vulgò dicunt *arquebuſiam*, vis, & tenſio reſpondeat tenſioni 6000 librarum, ſi duplò tantùm velociùs globum, quàm arcubaliſta chalybea ſagittam excutiat; vel ſi triplò celeriùs, vis tenſioni reſpondens erit in ratione triplicata, vel quadruplicata 1 ad 3, id eſt cùm arcus chalybei vis, vel tenſio fuerit 1000 librarum, vis ignarij tormenti futura eſt 27, vel 81 millium librarum.

Quæ vt clariùs intelligantur, ſit rurſus figura præcedens, B A C P, quæ referat duos arcus ſimiles, eiuſdemque materiæ, puta chalybeos, quorum maior B A C ſit minoris H A G duplus longitudine, atque adeo quantitate octuplus, vt conſtet ex legibus corporum ſimilium.



Ne verò repetamus quæ iam 11. propoſ. dicta ſunt, nempe velocitatem ab O ad K, eodem ferè modo creſcere, ac grauium cadentium velocitatem, vt duplò ſit velocior neruus B O C, cùm ad K, quàm ad M peruenit; veriſſimile videtur neruum maioris arcus, cuius neruus duplò longiùs, quàm arcus ſubdupli tenditur, (cùm O K ſit duplum M K ex conſtructione, & hypotheſi) duplò velociùs verſus punctum K moueri, quod verum erit, ſi eodem temporis momento, quo neruus minoris ab M puncto diſcedit, maioris neruus eadem velocitate ab O puncto recedat; vt enim lapis duplo tẽpore cadens duplam celeritatem acquiſiuit, ita neruus ab O ad K recurrens, in puncto K celeritatem ſibi comparauit, quâ, ſine augmento, ſpatium deinceps ſpatij O K duplum eodem, vel æquali tempore conficere poſſit, quo ſpatium O K percur-

rerat, si liberum ei fieret, hoc est absque arcus retentionē: adeovt globus occurrens in K, & à neruo percussus, spatium spatij OK duplum sit confecturus, vel æquali tempore, quo neruus lineam OK percurrerat, dummodo globus vel sagitta discedens omnimodam nerui velocitatem induerit: cúmque ferè spatia æqualia temporibus æqualibus à sagittis percurrantur, vt ex variis obseruationibus constat, non absonum fuerit si quis illarum velocitatibus ad nerui redeuntis velocitatem inuestigandam vtatur; hoc est, vt innotescat quo tempore neruus ab O ad K redeat.

Sit ergo sagittæ tanta velocitas vt 30 hexapedas vnius secundi spatio conficiat, (vt reuera contingit in emissione arcus chalybei, de quo supra) sitque spatium O K sex digitorum, quale propemodum in illo arcu; rursus ab O ad K erit $\frac{1}{360}$ secundi, vel 10 quartis minutis, seu $\frac{1}{6}$ minuti tertij.

Quam velocitatem si placeat celeritati redeuntis harmonici nerui comparare, qui sonum acutissimum edit in Spinetis, Citharis, & aliis instrumentis, æqua proximè celeritas reperietur, si tamen fingatur ille neruus harmonicus sex digitos recursu suo conficere, cùm tamen vix vnius vel alterius lineæ spatium percurrat. Vnde fit vt chorda ab O ad K sexagecuplo celeriùs moueatur, quod nempe linea sexagies in K O, hoc est dimidio pede, contineatur, & eodem tempore ab O ad K fiat recursus, quo neruus prædictus harmonicus semel recurrit.

Hinc autem innotescit velocitas reditus quorumuis aliorum arcuum; exempli gratiâ, spatium K O sit 16 digitorum, quale in arcubus ligneis experimur, quorum sagittæ cùm duplò tardiùs currant, etiam duplò tardiùs chordæ ab O ad K mouebuntur, hoc est spatio $\frac{1}{6}$ minuti tertij.

Porrò quoties neruus optimam habet cum arcu & sagitta proportionem, crediderim vel totam, vel pene totam nerui celeritatem in sagittam transmitti, atque adeo nostram de velocitate nerui recurrentis ratiocinationem non longè à vero discedere. Sed illa semper difficultas de reperiendo arcu superest, cuius neruus dupla, tripla, &c. velocitate redeat, maximè cùm tensionis spatium K O æquale fuerit, satis enim ex dictis constat eò maiorem esse cuiusuis arcus, & nerui velocitatem ab O puncto eadem celeritate recedentis, quo maius fuerit O K spatium.

Vt verò neruus in eodem spatio moueatur duplò velocius, hoc est vt ab O duplo promptiùs exeat, vi quadrupla tendendus est, vt constat ex Harmonicis nostris, in quibus ostensum est neruum A B vnica vi tensum, à puncto C, ad quod pellitur, semel redire, vique quadrupla

tensum bis redire, hoc est velocitatem reditus A B esse in virium, seu ponderum tendentium subduplicata ratione.

Ostensum est etiam neruum subduplum A E eadem vi, ac duplum A B tensum, duplo velocius redire à puncto D ad pūctum G, quàm neruum A B à puncto C ad E, licet punctum E moueatur æque velociter ac pūctum D, quandoquidem spatium C E duplum spatij D G duplo tempore percurrit. Vnde concludebamus in Harmonicis acumen soni non à maiori nerui velocitate, sed ab illius recursu frequentiore petendum.

Quibus ex harmonia repetitis facilè reperietur arcuum velocitas; cùm enim illorum nerui tendentur in ratione duplicata velocitatum, prodibunt illæ velocitates. Sint enim duo præcedētes nerui AE, & AB, duorum arcuum A D E, & A C E, qui nihil iuuent, nec etiam impediant nerui velocitatem; quantumuis illi nerui longitudine differant, semper æquali celeritate mouebuntur, si tanto longius ab horizonte, seu recta linea B A trahantur, quantò longiores fuerint, & æquali potentia, seu æquali pondere tensi fuerint.

Vbi verò alteruter in ratione suæ longitudinis, ad alterius longitudinem duplicata tendetur, dubio procul velociùs quàm antea mouebitur in ratione tensionum subduplicata Exempli gratia, si A E, vel A B, qui cùm vnius libræ pondere tendebatur, vno tertio minuto semel recurrebat, quatuor libris tēdatur, eodem tempore bis recurret; si nouem libris tēdatur, ter redibit, hoc est triplò velociùs mouebitur; & ita de reliquis.

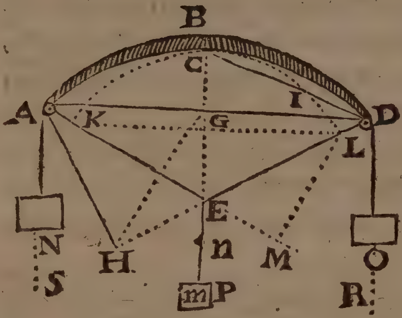
Vnde multa concludi possunt ad arcus, & illorum neruos attinentia, nēpe tam maiores quàm minores æquevelociter initio recurrere, cùm nerui tenduntur æqualiter, & arcus sunt eiusdem perfectionis, & materiæ. Deinde tensionis eiusdem esse, cùm vnisoni, si æquales sunt tam longitudine, quàm crassitudine & materia; vel si longitudine sola differant, cùm illorum soni in eadem inter se ratione fuerint ac ipsi nerui: qui si crassitudine sola, vel simul crassitudine, & longitudine discrepent, soni in ratione subduplicata crassitudinum, vel in ratione composita ex ratione diuersarum longitudinum, & subduplicata crassitudinum æqualem neruorum velocitatem testabuntur, quod fusius in Harmonicis nostris explicauimus.

Vnicus ergo sonus nostris difficultatibus succurret, quo sagittarius non solum neruos vnicuique arcui adhibitos, sed etiam vtcumque tensos explorabit, & quamlibet tensionum rationem ostendet. At verò

neruorum arcubus chalybeis seruientium vix tonum, hoc est soni grauitatem, aut potius grauitatis, vel acuminis gradum inuenies, ob chordæ crassitudinem & breuitatem nimiam, qua sonus tum obtusus redditur, vt vix ac ne vix quidem de eo iudicium satis exactum ferre possis.

Eapropter peculiaris neruus semper habendus, quem cùm semel arcu exploraueris ad illius tensionem & velocitatem sono cognoscendam, cæteris deinceps propositis arcubus, quorum tensiones & velocitates inquirentur, accommodes: potiùs enim de arcuum, quàm de neruorum velocitate satagendum, cùm nerui propter arcus redeant.

Quodlibet igitur arcus brachium instar nerui eiusdem, ac arcus, materiæ considerari potest, quales, verbi gratiâ, arcus A B D brachium A B, vel B D; cùm enim neruus A D vel G quadruplo pōdere O tensus acquirat duplam velocitatem illius, quam habebat, velocitatis, cùm pondere subquadrulo tendebatur, (neruo labente super trochleâ D) cur brachium B D etiam quadruplo pondere tensum non acquiret duplam sui recursus velocitatem? quando præsertim eiusdem ac nerui materię supponitur: idémque de toto arcu A B D dicendum; tunc enim arcus erit instar nerui inflexi: quanquam illa densitas maior circa B, & minor circa D, aliquid hac in parte mutare possit.



Caue tamen ne putes hanc proportionem arcubus, aut eorum neruis adhiberi non posse, quòd vbi punctis D & A pondus aliquod apposueris, cuius loco postea quadruplum addatur, non tamen soni ex illis duabus tensionibus geniti diapason faciant: non enim sola primi ponderis tensio, sed etiam illa numeranda venit, quam habet ab arcu A B C neruum in lineam rectam A D trahente seu tendente; qua de re iam nonnihil prop. 3. ex qua satis constat solam arcus tensionem reliquis viribus, seu ponderibus nonnunquam æquiualere, quibus ad astragalum vsque neruus adducitur.

Supponamus ergo nunc arcum A B D vi propriâ tantundem neruum A D tendere, quantum tenderetur à 40 libris O, eundem neruum super trochleâ D trahentibus; vt igitut neruus A D quadruplo magè tenderetur, & eâ tensione duplam velocitatem acquireret, 120 libris ad E punctum adducendus esset, quas absque fractione non sustinet.

Vnde sequitur solum arcum in directum A D trahentem, totius ten-

ſionis, qua ducitur ad E, dimidium efficere: quod ſi contigerit chalybeis arcubus, vt reuera poteſt contingere, iaculatores ipſi mirabuntur, quos Muſici docebant exploratis collatíſque ſonis chordæ A D rectæ, & inflexæ A E D; ſi enim ſonus chordæ G D ſoni chordæ D E (vel potius partis chordæ D E, æqualis chordæ G D) ſit duplus acumine, chorda D E quadruplò magis tendetur, & chorda in D E, ſumpta longitudine æqualis chordæ G D, cum chorda G D diapaſon efficiet.

Cùm enim chorda G D in D E tracta longior euadat, & ob illam maiorem longitudinem fieri poſſit vt eiuſdem ferè toni cum neruo G D appareat, etiamſi magis tendatur, quòd maior longitudo maiorem tenſionem, ſaltem ex parte compenſet in obſeruationibus ſonorum, ſeu tonorum, non erit integra chorda D E capienda, ſed pars æqualis chordæ D G: quod ſi commodè fieri nequeat ſono totius nerui D E, qui grauior erit ſono quæſito, ſonus addendus eſt, quo fiat acutior, & ad illud acumen perueniat, quod ei neruo D E facto ęquali chordę G D, debetur.

Faciat, exempli causâ, neruus D E cum neruo G D ditonum, ſitque, quàm par ſit, longior D E parte ſui decimaſextâ, ſemitonium maius ditono præcedenti iunctum efficiet diateſſaron, & arguet tenſionem D E eſſe ad G D tenſionem in ſequitertiæ rationis duplicata ratione; hoc eſt duas illas tenſiones eſſe vt 16 ad 9, & ita de cæteris.

Quæ licet priùs eidem arcui quàm pluribus differentibus conuenire videantur, facilè tamen omnibus accommodari poſſunt.

Vt igitur ex dictis propoſitioni noſtræ ſatisfiat repetatur figura B A C P; cuius minor arcus H A I datus & tenſus ſit in M vi, ſeu pondere 20 librarum, cuius iactus aliquis datus ſit 20 hexapedarum, quæratúrque arcus iactum ſuum ſimilem habens præcedentis ſubduplum, vel ſubtriplum, cúmque velocitas iactum duplum, vel triplum faciens, dupla, vel tripla ſit ex ſuppoſitis (vbi omnia, hoc eſt arcus, angulus à neruis factus, ſagittæ, & quæcumque alia referri poſſent, ſimilia poſtulamus) arcus duplò longiùs iaciens, erit duplò longior, & octuplò maior arcu præcedente: Et vbi minor vno pondere tendetur, maior 8 tendendus erit; Quod ex arcu chalybeæ chordæ alterius ſimilis octuplæ probatur, quæ non poteſt duplò moueri velociùs, niſi tendatur octuplò fortiùs chordâ ſimili ſuboctuplâ. Enimuero ſola longitudo compenſatur vt tenſionis quadruplâ, & quadrupla craſſitudo altera vi quadrupla, quæ ſimul additæ vim octuplam componunt.

Arcus igitur octuplus magnitudine B A C, poſtulat vim, ſeu pondus octuplum ponderis quo tenditur arcus H A I ſuboctuplus, vt eodem tempore maior ab O, quo minor ab M ad K, redeat; cumque O L ſi

MK duplum, maioris arcus velocitas erit dupla velocitatis arcus minoris vno pondere tensi.

Quòd si quis contendat iactum arcus B A C octuplum esse debere, cùm octo viribus tendatur, meminerit sagittam illius arcus etiam alterius sagittæ octuplam requiri, & vim magnam esse necessariam vt telum octuplò grauiùs duplò longius proijciatur. Idem de iactu triplo dicendum, quippe maior arcus ad minorem esse debet in ratione 27 ad 1, hoc est triplicata, & ita de cæteris, donec hominum, vel ipsius materiæ potentia desinat.

Si verò non omnia similia fuerint, sed crassitudine sola, v. gr. vel longitudine sola differant, res videtur difficilior; nisi reuocetur iterum quod in harmonia dictum est, videlicet neruum longitudine æqualem & crassitudine maiorem, æquali celeritate moueri, si vis tendens sit eò maior quò fuerit crassior. Verbi gratia si fuerit arcus æqualis longitudine, duplò, vel triplo crassior, vi duplò, vel triplò maiore tendendus erit, vt æquali velocitate redeat, cùm enim vi dupla, tripláue flangatur cùm duplo, vel triplo tenuior vna vi rumpitur, idem de tensione ad idem spatium dici debet. Sit arcus tenuior vna libra tensus, triplo crassior tribus libris tensus, æqua velocitate recurret, neque duplo velocius mouebitur, donec 12 libris tendatur, neque triplo velocius, nisi libris 27. quarum tensionum hæc est regula generalis, esse oportere in ratione quæsitarum velocitatum duplicata.

MONITVM.

Cvm toties tam hisce nouis, quàm harmonicis libris de duplicata potentiarum, seu ponderum ratione locuti simus, quæ ferè in omnibus reperitur, præsertim in motibus, quorum vt velocitates duplicentur, vires, siue potentiæ, illarum causæ, quadruplari debent, placet istius duplicatę rationis causam seq. prop. inuestigare.

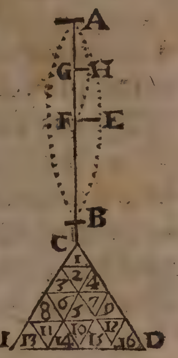
PROPOSITIO XXXVI.

Causam inuestigare ob quam vires neruum tendentes sint in ratione velocitatum, quibus mouetur, duplicata.

Cvm nil frequentius occurrat quàm illa duplicata ratio, quæ superficierum lineis comparatatum propria videtur, quæque neruo nerui alterius longitudine duplo dat recursum æqualem, & vnisonum, &

iam

iam ea non repetam quæ conueniunt arcubus, huiusce rationis causam inuestigemus; sítque propterea funis A B cuiuscúmque materiæ, qui clauo immobili detentus in A, & ponticello B (vt in citharis) terminatus, aut pressus trahatur à pondere C L D, ei in C alligato, sítque A B chorda vel horizonti parallela, vt in iacente testudine, siue monochordo, vel perpendicularis, nihil enim interest.



Certum est primò neruum, vel funem illum absque proprio pondere intellectum (quod hîc nullius ferè considerationis est) & nondum à C D tensum pondere, si ducatur ab F ad E motu transuerso, nusquam ab E rediturum, & in quouis mansurum loco, ad quem manu fuerit adductus.

Certum est secundò statim atque tensus fuerit aliquo pondere, rectum in A B linea futurum esse, & vi vsque ad B ductum, confestim, vi desinente, rediturum ad F, vi ponderis C continuò trahentis: idémque puta de neruo citharæ collopibus in puncto, B intorto.

Certum est tertiò ab E ad F velociùs redire cùm à maiore pondere tenditur, & ex obseruationibus harmonicis constat illius reditus velocitates esse in subduplicata, vel, vt alij loquuntur, subdupla tendentium, seu trahentium ponderum ratione, cuius rationis cùm veram causam non attulerim in harm. nunc illam explico.

Notandum igitur imprimis, funem A B vno pondere tensum duobus veluti ponderibus resistere, cùm A clauus detinens tantumdem efficiat ac pondus C, vt ex mechanicis constat; si enim pondus in F alligaretur funi A B horizonti parallelo, tantumdem ponderis manus in A, quantum manus in B, gestaret: itaque hinc inde tendit æqualiter neruum A B, tam clauus A, quàm pondus C.

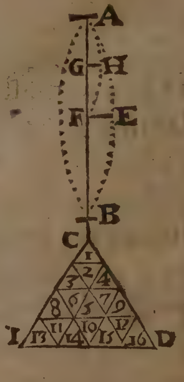
Deinceps verò primum pondus C erit libra; totúmque pondus C I D, 16 libris constabit. Duæ igitur libræ, vel, si mauis, potentiæ & vires, faciunt primam funis resistentiam, quâ redit ab E ad F primo gradu velocitatis: cui cùm noua resistentia, præcedenti æqualis, inferenda sit, vt duobus velocitatis gradibus ab E ad F, hoc est duplò quàm antea velociùs recurrat, reperiatur verò durior atque rigidior quàm primâ vice, cùm nihil resisteret, duabus, vt illâ vice, libris ille rigor compensandus, vt libra noua tantumdem ei velocitatis tribuat, quantum prima: quapropter primæ libræ tres aliæ coniunctę neruum ab E duplâ velocitate retrahent.

Tertius velocitatis gradus eidem funi tribuetur, si pro 2 libris, quibus duo priores velocitatis gradus efficiuntur, primùm 4 libræ nouæ funi appendantur, vt in eodem statu collocetur respectu tertij ponderis,

quo ſecunda vice, pro ſecundo velocitatis gradu inferendo, ſtatutus fuerat: 4 igitur libris funi nouiter adhibitis, aptus erit cui à libra tertiùs velocitatis gradus indatur: itaque funis 9 libris tenſus & in E tractus triplò velociùs ad F recurret.

Quartus denique velocitatis gradus neruo communicabitur, ſi pro tribus libris præcedentibus, primò 6 libræ iungantur, vt in eodem ſtatu funis iterum reperiatur, quem tertiâ vice, 4 libris additis, induerat: hoc enim poſito libra ſuperaddita retrahet funem ab E 4 velocitatis gradibus; quos vltra nolim ire, quòd nerui harmonici vix maiore pondere tendi poſſint abſque fractione; cùm enim pondus aliquod, putà libræ vnius, ita neruum tendit vt ſonus aure ſatis diſcernatur, vix ille neruus ad diſdiapaſon ante fractionem tendi poteſt, vt dudum in harmonicis obſeruauimus.

Porrò notatu dignum eſt, hîc idem contingere quod tubis aqua plenis, de quibus in hydraulicis fuſiſſimè, quippe primorum neruorum 1, 2, 3, 4, &c. quadrata ſequuntur; hoc eſt, quorum altitudines debent eſſe in ratione velocitatum, quibus aquæ ſaliunt ex luminibus, duplicata; idem enim omnino reperitur in cylindro excauato aqua pleno, quod in fune tenſo; quemadmodum enim cùm tubus aquæ libra plenus ſalit vno gradu velocitatis è lumine, debent addi 3 libræ vt duplo, quinque præterea libræ vt triplo, & poſtea 7, vt 16 aquæ libræ quadruplo velocitatis gradu ſaliant, ita funi, ſeu fidibus addenda ſunt pondera 1, 4, 9, & 16, vt prædictis gradibus ab E ad F redeant. Vbi nonnulla diligenter obſeruanda, primùm omnia ferè quæ motui imprimendo ſeruiunt, iſtam rectam duplicatam concludere.



2. Cùm omnia pondera C I D ſimul iuncta non deſcendant velociùs quàm prima libra C, mirum videri, quomodo neruus A B vi horum ponderum velociùs, atque velociùs ab E ad F redeat.

3. Me 16 pondera numeris diſtinxiſſe, vt librarum, vel aliorum ponderum, aut potentiarum additiones clariùs, & diſtinctiùs intelligerentur, & in ipſos oculos incurrerent.

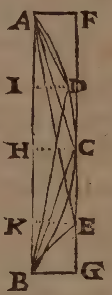
4. Punctum nerui in F poſſe dici hypomochlion quod tam ponderi in A, quàm ponderi in B ex æquo reſiſtat, ac velut æquilibrium conſtituat, vt ſit inſtar ſparti bilancis, cuius brachia æqualia B F, & F A.

5. Funem longitudine ſubduplum A F, iiſdem tenſum ponderibus, & ex G in H tractum, ſuos quidem recurſus duplò frequentiores, non tamē duplò velociores habere, cùm E F ſit ſpatij G H duplum: atque adeo

mirum non esse si maiores arcus eadem vi, seu potentia tensi, eadem velocitate ac minores redeunt.

6. Cum idem esse videatur, si quis arcus intelligatur ad rectitudinem in A B coactus, qui redeundo ad curuitatem A E B sagittam percutiat, ac si lamina chalybea A B recta, vi trahatur; donec in A E B arcuetur, & redeundo ad rectitudinem telum in F occurrens percutiat; & ipsa chorda chalybea A B, cùm cylindrus existat, laminæ comparari possit, quis neget funem, aut neruum cuiuscunq; materiæ ex A B recta in E tractum, arcus fungi munere, & ex fidium motibus, viribus ac velocitatibus cognitis motus, vires & velocitates arcuum posse concludi? si tamen horum figuram, & diuersam crassitudinem excipias.

Deinceps igitur Musicus neruis suis tam longitudine, quàm crassitudine diuersis, & tensis quauis potentia, seu quibuscumque collopum versionibus, aut ponderibus, sagittas adhibeat, quibus exploret veram sagittarum proportionem cum omni neruorum genere, vt iaculatoribus ipsis præscribat qualis esse debeat sagitta neruo, & arcui dato commoda; & ad quod spatium iactus quilibet futurus sit, neruus enim harmonicus firmissimo monochordo detentus, ad omnem super horizontem eleuationem facilè poterit erigi.



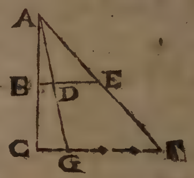
7. Neruus non solùm ex medio H in C, sed etiam ex aliis punctis, vt ex I in D, & ex K in E duci potest, cùm sit tamen ductus ex H in C sagittis excutiendis aptior. Vbi rursus plurima notanda veniunt, primum ellipsim A C B à neruo describendam, si mutetur in omnia triangula laterum æqualium lateribus trianguli A D B. Secundum, neruum A B pulsatum in K, & vsque ad E perductum, vel impulsum, magis resistere, viderique duriorem, eiusque sonum firmiorem, atque vehementiorem, quàm vbi pulsatur in H & pellitur vsque ad C, quod nempe fiat longior in E, eoque semper productior, quo tactus puncto B, vel A vicinior fuerit: clarum est autem, tota linearum magnitudine extra ellipsim ad E punctum excurrente, neruum A E B longiorem esse neruo A C B. Tertium, triangulum A C B lateribus æquale B D A, esse tamen areâ maiorem; quemadmodum trianguli A C B, & A E B areas æquales esse, quamuis latera triangulo A E B maiora sint.

8. Videri vim æqualem cuilibet nerui A B puncto adhibendam, vt ad quodlibet curuæ A C B punctum ducatur, & curuam illam videri parabolam, cuius axis H C, adeovt pondus idem neruum A B, factum horizonti parallelum, tam ad C, quàm ad D, aut aliud quoduis punctum

in curua A C B sumptum adducat.

Pondus enim ab H ad C perpendiculariter cadens, vel ab I ad D, & à quolibet puncto rectæ A B horizonti factæ parallelæ censetur descendere (quamuis tardissimè) per numeros impares 1, 3, 5, &c. vt alia grauia, in temporibus æqualibus.

9. Præcedentem difficultatem de necessaria chordæ tensione in ratione quadrupla, vt duplo moueatur celeriùs, alio modo ab acutissimo viro domino de Beaulne hâc figurâ explicari. Linea A C refert tempus motus, videlicet A B tempus nerui, quod duplo celerius mouetur; & A C tempus duplo maius; B E vero repræsentat velocitatem nerui celerius moti, & C G velocitatem nerui tardius moti: cùm igitur istæ duæ dimensiones simul additæ faciant quidem triangulum A B E neruo velociori destinatum, & triangulum A C G tardiori, clarum est neruum velociorem tantumdem spatij A B E, subduplo tempore, quantum A C G duplo tempore tardiorem percurrere. Vel, vt vis quadrupla tensioni velocioris nerui necessaria melius intelligatur, si tẽpus idem A C pro vtroque neruo sumatur, & velocitas celerioris nerui sit C F, & tardioris D E, spatium A D E erit subquadruplum spatij A C F; cùm igitur vis quadrupla requiratur ad quadruplum spatium percurrendum, duplæ velocitati C F quadruplum pondus respondebit.



Itaque tantus intelligatur motus quantum fuerit percursum spatium, vt motus ex duabus veluti lineis, seu dimensionibus componatur, quarum vna tempus A C, vel A B, altera velocitatem C D, vel B F spectat.

Quæ cùm ex prædicto tanti viri perfectissimo Mechanicorum tractatu expectemus, verbo tetigisse sufficiat.

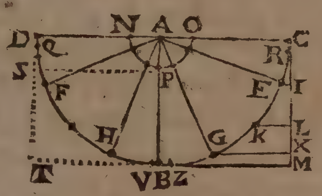
PROPOSITIO XXXVII.

Aëris resistentiam, iactuum proportiones, & incrementum velocitatis grauium descendentium impedientem explicare.

Certum est primò iactum quemlibet plus vel minus pro variis proiectorum figura, pondere, & velocitate, ab aëre impediri; foréque propterea maiorem, si proiicerentur in medio non impediente, vt constat ex salientibus à parabola deficientibus, & ab ipsis sagittarum,

& globorum iactibus: quorum sonus, vel sibilus circa finem ingraueſcens, teſtatur minorem velocitatem.

Certum eſt ſecundò leuiora corpora magis ab aëre retardari, vt conſtat ex dictis, & facillima experimenta duorum globorum pondere inæqualium docebunt, qui funibus appenſi, & pendulorum inſtar per dimidiam circumferentiam moti fuerint: grauior enim altius aſcendet, pluresque recurſus faciet; quod eò promptius, & facilius deprehendes quo maior erit ponderum differentia, vt continget inter globum plumbeum, & ſubereum, vel etiam cereum: Sit igitur filum pendulum A B, pedum $3\frac{1}{2}$, docet experientia globum plumbeum à D puncto cadentem vſque ad R aſcendere, cum R vno digito diſtat à C, globum vero ex ſubere ab eodem puncto deſcendentem vſque ad K duntaxat aſcendere, hoc eſt ad quadrantis B C $\frac{5}{7}$. Præterea illius ſenſibiles recurſus vix ſuperare 300, cùm plumbei recurſus ad 1800 perueniant.



Deindeglobi cerei aſcenſum tribus digitis abeſſe à puncto C, & globum ex medulla ſambucea tantum aſcendere ad ſeptimam quadrantis partem. Ex quibus ſequitur aërem per dimidiam circumferentiam globo plumbeo tam aſcendenti, quàm deſcendenti, nequidem $\frac{1}{120}$ velocitatis partem auferre, cereo globo partem 21, ſubereo $\frac{5}{12}$; medullaceo denique $\frac{6}{7}$.

Aliis etiam obſeruationibus grauium perpendiculariter cadentium vti poſſumus; globus enim plumbeus à puncto quietis A in B cadens, cum A B linea 48 pedum ſupponitur, duo ſecunda impendit, vixque tardius ipſa cera deſcendit per illud ſpatium, ſi ſenſus conſulatur, quippe vix pedalem differentiam in fine caſus vtriuſque, ob nimiam celeritatem oculos, & aures perſtringentem percipit: quanquam ratio, & aliæ obſeruationes, qualis eſt præcedens, ope facta penduli, conuincant ceram tardius, quàm plumbum 48 pedes conficere.

Hinc fit vt obſeruationes penduli, caſibus in perpendiculo factis, ad inquirendam aëris reſiſtentiam, auſim anteponere, quòd ſint faciliores, & maius temporis interſtitium oculis tribuant; cum enim dimidia circumferentia C B D cuiuſcumque magnitudinis deſcribitur ſuper pariete horizonti verticali, penduli A B plumbeus, vel alterius materiæ globus B in D tranſlatus, & per B verſus C rediens, oſtendit lentè ſatis quouſque aſcendat; digito ſiquidem, vel alio corpore verſus R, aut E, aut aliud quadrantis B C punctum appoſito, globus oſculo, ſeu tactu ſuo docet aſcenſus terminum.

Profuerit verò si totam circumferentiam in 180 gradus diuiseris, vt absque calculo & labore confestim agnoscas quantum aëris resistentia globi motum retardarit, vel potius quantum ei abstulerit spatij.

Vbi tamen filum, vel funis spectari debet, cui etiam aër resistit, maximè verò cum globus quem sustinet, admodum leuis est, vt subereo, & sambuceo contingit, licet enim sambuceus filo tenui sericeo appendatur, vix tamen illud filum reducere potest; hinc fit vt vsque ad D tractus, non ascendat altius quàm ad F solum adductus, quippe vix ad G redit, quandoquidem obseruatio docet reditum illius non superare septimam quadrantis BC partem, cùm tamen idem filum nihil ferè plumbeum globum impediat. Nostrum ratiocinium iuuabunt etiam iactus sagittarum, globorum, & salientes tam verticales, quàm mediæ, & horizontales, tanta siquidem aëris resistentia iudicabitur, quantum illi iactus ab exactis recesserint parabolis: & quantum verticalis saliens à sui tubi semper pleni aberit summitate.

Vt autem ad alias obseruationes in perpendiculari factas redeam, subereus globus tria secunda in 48 prædictorum pedum descensu, medullaceus quinqué, & carpionis vesica naturaliter infilata octo impendit: quæ omnia referenda fuêre, vt Geometræ methodum aliquam, si fieri potest, inueniant, quâ deinceps obseruatores certò concludant quantum aëris officiat resistentia.

Porro differentia ponderis globorum pendulorum ab aëre, iuuabit, cum grauia facilius, vel celerius descendant in mediis rarioribus, & minus grauibus, licet non eadem ratione sit maior celeritas, qua minor est mediorum grauitas, alioqui millies ad minimum velocior esset motus globi plumbei in aëre quàm in aqua, cum tamen duobus secundis idem in aqua spatium descendat, quod in aëre vno secundo: vnde nolis inferre aquam esse duntaxat aëre duplo grauiorem, vel densiorem: ne postea cogaris admittere aquam eandem seipsa leuiorem esse, vel grauiorem, vbi alio experimento didiceris plumbum 48 pedes in aëre eodem tempore descendere, quo tantum in aqua 12 pedes conficit; tunc enim concludendum esset aquam aëre quadruplo grauiorem, aut densiorem, quæ prius eodem aëre duplo tantum grauior extitisset, quæ videntur absona; nisi tamen dixerimus ea non ita repugnare quin facilè componi valeant; cum enim duplo tempore plumbum cadens spatium percurrendum quadruplare debeat, primoque tempore veluti duplicarit; quod illo tantumdem spatij confecerit in aëre, quantum in aqua duobus temporibus, hæ duæ obseruationes ad eundem scopum collineare videri possint.

Sed hæc nihil iuuant ad comparanda plumbi, aëris, & aquæ ponde-

ra, cum toties proportio descensus in aëre & aqua mutanda veniat, quot fuerint puncta in descensu perpendiculari, donec ad primum punctum, à quo motus incipit, deuenias, in quo motus plumbi tam in aqua quàm in aëre vix differret.

Ad globum itaque plumbeum pendulo motum redeo, qui vix $\frac{1}{63}$ parte quadrantis prædicti minus ascendit, quàm in vacuo, vel medio nihil impediente ascenderet: nunc enim supponimus nequidem in vacuo vltra punctum C ascensurum, licet in puncto B concepisset satis virium, quibus spatium quadrantis BC duplum conficeret, quòd nempe grauitas illius semper vrgens, eum dimidio potentiæ, seu virtutis spoliet.

Cum autem filo quantumcumque tenui resistat aër, si tantum ei resistere, quantum ipsi globo, supponamus, nequidem R, parte centesima quadrantis à C aberit; hoc est punctum R, ad quod globus è D cadens ascendet, ferè coincidet cum C, à quo tantum vndecimillesima quadrantis BC parte differret, si per solum pondus aër officiat, quippe leuius est ad minimum plumbo vndecimillies, cùm ostensum fuerit prop. 29. Phænom. Pneumaticorum, aërem millecuplo saltem aqua leuiorem, qua plumbum vndecuplo grauius est. Vt igitur huic propositioni finis imponatur, non video qua ratione demonstretur quantum aër vnicuique mobili detrahat, si grauitas illius cum mobilis collata grauitate nobis hac in materia facem non præferat, vt talis sit resistentia qualis grauitas; vel obseruationes non sufficiant quibus nitamur, quæ nunquam satis exactæ, nisi ratio suppleat.

Quibus adde nouas difficultates oriundas ex eo quod aër alio fortè modo resistat plumbo circulariter, alio perpendiculariter moto; & aliter initio motus, cum mobile tardius mouetur, aliter cum velocius, aliter etiam cum mobile motu fertur æquabili, aliter cum inæquabili, & accelerato.

Deinde, si mollities, & raritas aëris, à certis motibus internis constituatur, quibus etiam omnia mobilia differant, & diuersis modis sensus omnes feriant, vbi motus illi magis, aut minus impedientur, iuuabunturque, toties mutabitur aëris resistentia, quæ non erit eadem aduersus mobilia è sublimi perpendiculariter cadentia, ac ex imo in sublime ascendentia, vel à latere, & circulariter mota; quæ cum omnia Lector intellexerit, minus grauiter feret quod nodum propositum minimè soluerim; quem à feliciore libentissimus soluendum expectarim.

PROPOSITIO XXXVIII.

An motus semel cuilibet corpori impressus, sit semper in medio non impediente permansurus, aut tandem aliquando desiturus.

CVm in superioribus ferè semper motum semel impressum nunquam desiturum supposuisse videamur nisi ab aliqua causa extinguatur, quæ nulla in medio nihil impediente occurrit, operę pretium est ea de re paulo fusius agere.

Primùm igitur obseruationes consulendæ sunt, quæ demonstrare videntur motum semper duraturum esse, dempto quolibet impedimento, nam globus qui pendulo alligatus ferè ad eamdem remeat, à quo descenderat, altitudinem, satis recursu suo probat se ad eandem sublimitatem, à qua descenderat, peruenturum, nisi aër officeret: idemque de margine cribri dicendum, in qua globulus eburneus, vel aureus alteriúsue materiæ politæ, atque duræ, ad eandem propemodum altitudinem redit, ex qua ceciderat, adeout ablata medij resistentia vix vllus dubitet quin globus ad altitudinem prorsus æqualem rediturus sit: quibus positis, necessario sequitur motus æternus.

Salientes quo minus à parabola distant, eo magis illam motus durationem perpetuam adprobant: idemque de iactibus sagittarum & globorum intellige, qui nunquam perfectas parabolas describent, donec cesset genus omne resistentiæ, vel quibuslibet iactus partibus resistentia ea ratione adhibeatur, vt lineam parabolicam conseruet.

Quod rationem attinet, in eo sita est, vt nihil ex iis pereat quæ semel producta sunt, nisi causa destruens adsit, cum nulla res, seu nullum ens se destruat, quemadmodum neque se producit.

Suntque plures magni viri qui credant istud adeo verum esse, vt communibus notionibus ac censeri possit; quî enim corpus motu spoliabitur, si desit qui spoliet? Supponitur enim Deum motui semel impresso non magis suum negare concursum, quàm rebus cæteris, cumque motus sit modus realis, quomodo peribit, si nullum impedimentum occurrat?

Quod enim alia citius & facilius, alia difficilius perire videantur, non arguit hæc, aut illa perire absque contrario, & ex natura sua, sed tantum illis, quam istis maiora impedimenta occurrere.

Opponunt tamen aliqui nil esse absurdi quòd motus, & alia huius

sint

ſint indolis, atque conditionis, vt cum facilè generentur, etiam facilè pereant; neque deeſſe obſeruatione quæ id teſtentur, aut euincant: verbi gratia, ſagittæ iactum citiùs deſinere, cùm impreſſio motus, quem illi arcus contulit, breuiore tempore facta eſt, adeovt longiùs emittatur, etiamſi tardiùs ab arcu exeat, qui diutiùs ſagittam comitatur, & vrget: vnde fiat vt arcus breuior & robuſtior ſuam ſagittam initio maiore velocitate mittat, licet ad minorem diſtantiam; & maior arcus, quamuis longè debilior, ſuam longiùs ſagittam iaciat, vtvt initio tardiùs diſcedat. Quod cùm experiri non potuerim, & tela velociùs initio mota ſemper ad maiorem diſtantiam emiſſa viderim, eóque maiorem, quò celerior fuerat arcus, ægriùs ſanè à prima ſententia diſceſſero, vtvt ſuperſit difficultas in expoſitione pilarum à tormentis ignariis manualibus, ſed maioribus & minoribus, quæ cùm eadem velocitate tam à minoribus, putà *piſtoletis*, quàm à maioribus catapultis, putà *mouſquetis*, & *arquebuſiis*, explodantur, maiora tamen pilas ſuas, licet æquales, longiùs emittunt. At verò qui probabunt pilas eadem à minoribus velocitate diſcedere?

Nam quò longiora fuerint vſque ad certam aliquam, ſiue 12, ſiue plurium pedum magnitudinem, ſemper augetur motus quandiu puluis inflammatus pilam vrget. Quod autem tormenta regia, quorum pilæ 33 librarum, non maiore velocitate moueri credantur, quàm globuli manualium: iaciantur tamen ad diſtantiam quintuplò maiorem, fortè poſſis ad globum maiorem referre, cuius ſoliditas minorem habeat rationem ad ſuperficiem, & ideò minus ab aëre impediatur: cùm enim maioris globi diameter ſemipedalis ſit, minoris verò ſemidigitalis, hoc eſt vt 1 ad 12, erit maioris ſuperficies ad minoris ſuperficiem, vt 144 ad 1, ſoliditas verò vt 1728 ad 1: cúmque tantus ſit motus, quanta ſoliditas, quippequam permeat, tanta verò reſiſtentia, quanta ſuperficies; conſtat maiorem globum longè minorem aëris reſiſtentiam, quàm minorem globum offendere: cùm ſit ratio ſoliditatis minoris ad maioris ſoliditatem, 1 ad 1728, duodecuplò maior ratione ſuperficierum 1 ad 144.

Adde plurima ob varias pulueris, pilæ, & cauorum circumſtantias contingere, quæ ſolui nequeant abſque perfecta rerum omnium, quæ in exploſione occurrunt, inſpectione: & iactum ad 22 graduum eleuationem, qui ſpatio 22 ſecundorũ perficitur, & eſt 1900 hexapedum, etiam approbare motum nunquam deſiturum, qui ſemel impreſſus fuerit, cùm aëris per tantum ſpatium reſiſtẽtia vix globum impedierit ab æqualibus interuallis, quæ propemodum percurrit temporibus æqualibus, ex hypotheſi quòd primas centum hexapedas, inſtar catapultæ manualis,

ſpatio ſecundi conficiat: cum enim 2200 ſexpedas abſque impedimento debuerit perficere, ob aëris impedimentum, 1900 percurrit: eſt autem ferè 2000 ad 1900, ſeu 22 ad 19, vt 7 ad 6; adeovt cylindrus aëreus 1900 hexapedarum iactui, vel motui ſeptimam duntaxat partem detraxerit; quæ detractio qua ratione in quælibet ſecunda diſtribuatur vix eſt qui ſcire poſſit.

Confirmatur iterum illius motus ſemel impreſſi perpetua ſucceſſio, ex vertibulo, cuius motus licet propemodum extinctus, etiamnum ferè durat horæ dimidiæ ſpatio, cùm à magnete vertibulum rapitur: ſemper duraturus, ſi neque aër circumſtans, neque magnes ipſe quidquam impediret.

Quemadmodum enim quiete ſemel acquiſito non eſt neceſſaria cauſa ſequentis quietis, ita neque motu ſemel incœpto, alia cauſa futuri quærenda eſt, cùm nihil ex ſe perire, nec incipere poſſit. Vbi ſemper Dei conſeruationem ſuppono, quæ ſit creatio perpetua.

Porrò quæ hîc requiri poſſunt, vel in Præfatione ſupplebuntur, vel ex Hydraulicis & Mechanicis repetenda, vel in Synopſi dicuntur.

Pauca tamen de ſoni velocitate ſubiungenda ſunt, vt qui viderit ignem, quem exploſionibus ſuis tormenta vomunt, aut etiam fragorem audierit, ſciat num fugâ, globorum, vel telorum arcubaliſtis miſſorum ictum declinare poſſit: quare ſit

PROPOSITIO XXXV.

Soni velocitas maior eſt globorum exploſorum velocitate, & 230 ſexpedas ſpatio vnius ſecundi minuti conficit.

QVisquis experiri voluerit illam ſoni cuiuſcumque velocitatem, noctu, diúque ſiue in vallibus, ſyluis, aut montibus; ſiue aduerſo, vel fauente vento, ſiue aëris facie pluuia, vel ſerena; illis ſiquidem temporibus expertus ſum ſemper eandem ſoni velocitatem inueniet.

Poſtquam verò per 230 ſexpedas ſecundum exploraueris, qui minus tormentum explodit, iterum per alias 230 ſexpedas recedat, vt abs te 460 ſexpedis receſſerit, idem vel æqualis ſonus duo ſecunda in illo itinere percurrendo conſumet; quod cùm quinquies à nobis fuerit multiplicatum, vt ex 1150 hexapedis fragorem audiremus, ignis ex ore tormenti noctu erumpens ſemper quinque ſecundis minutis fragorem præuertit: cúmque leucam Gallicam 2500 ſexpedas; cuiuſmodi leu-

cis ambitum terrenum 7200, faciamus, facilè concludas quo tempore sonus leucam integram, aut quotlibet leucas perficiat; nec enim soni velocitas ex illius debilitate minuitur, cùm soni auditu perceptibilis pars vltima primæ velocitatem æmuletur,

Leucam igitur tormenti fragor spatio vndecim secundorum percurret, cùm vndecies 230 sexpedas (secundo minuto percursum spatium) leuca contineat, minus duntaxat 30 sexpedis, quæ hîc vix consideranda, quippequæ septima parte secundi minuti à sono percurruntur.

Ex quibus plurima licet colligere; primum, militem attentum sclopeti à centum sexpedis explosi, cuius ignem preuiderit, ictum declinare posse; quod ita demonstro. Constat ex obseruatione globulum in centum hexapedibus percurrendis secundum minutum, ad minimum impendere: deinde fragorem illius in illis conficiendis secundi dimidium, ad summum, consumere. Habet igitur miles ab igne viso (si visio fiat in instanti) secundùm integrum quo facilè tres quatuorve passus faciat, priusquam pila iter illud percurrat: quemadmodum illi superest secundi dimidium ab eo temporis puncto, quo fragorem audit, vsque ad pilæ aduentum: quanquam nulli fuerim autor vt id experiatur nisi thorace, galeâ & omni alio armaturæ genere, ita se præmuniat, vt sit extra omnem aleam constitutus. Sed & pariete interiecto quispiam id explorare potest, ad quem priùs fragor, quàm glebus perueniet.

Secundum ex sono, & igne obseruatis facilè cognosci quantum tormenta, in obsessos, aut obsidentes explosa, distent, vt etiam Ingeniosis non desit vnde suam artem promoueant. Tertium ex tonitrui fragore audito, visoque fulgure præcedente sciri quantum illud absit, dummodo locum à viso fulgure non mutarit; quot enim secunda minuta, (siue arteriæ pulsu, qui precisè secundum duret, fine pendulo fune, aut altero secundologio explorata) inter fulgetrum & fragorem intercesserint, totidem 230 sexpedæ numerandæ sunt, adeovt leucæ dimidium abs te distet, si 5 secunda: leucam, si decem secunda numeraris, siue distantia fuerit verticalis, siue lateralis, & obliqua, nil enim interest.

Quartum, si per aëris gyros, spirasque, vel circulos sonus eo modo expendatur, genereturque quo circulos in aqua digito, vel lapillo percussa extendi cernimus, vt omnes ferè credunt, & ex corporum, similiter motorum velocitatibus liceat illorum crassitudinem, densitatem & pondus coniicere, dicendum erit aquam aëre 1380 vicibus densiorem, atque grauiorem; quandoquidem semidiameter circulorum aquæ quouis modo percussæ, qui secundo minuto procreatur, vix pedem superat, quo tempore semidiameter circulorum in aëre, quauis etiam percussione factorum, est 1380 pedum, hoc est 230 sexpedarum: quæ

grauitatum proportio ad eam proximè accedit, quam ex æoclopila, propoſ. 29. Pneumaticæ concluſimus. Vnum eſt tamen quod ſcrupulum iniiciat, videlicet obſeruationem prop. 25. iſtius libri arguere videri fragorem maiorum tormentorum tardùs progredi, cùm Geometra noſter in obſidione Theodonis obſeruarit illorum fragorem exauditum, poſt 13 aut 14 ab igne viſo ſecunda: cùm tamen vix dimidiam leucam ab illis tormentis abfuerit; & ſonus iuxta prædicta, leucam integram & amplius eo tempore percurrat. Quapropter fragor illorum tormentorum obſeruandus, donec de quolibet ſono idem concludatur; quod in ſonis minorum ſclopetorum oris, tibiæ, tubæ, &c. obſeruauimus. Alia plurima in iſtius libri Præfatione reperies, quæ vix abſque admiratione perlegas, & contempleris.

FINIS.

SECTIO III.

De Ordine, Diſtantiis & Periodis Planetarum Secundariorum circa primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus iſti in Orbitis ſuis retinentur.

PROPOSITIO XV.

ORdinem & Motuum Periodos Planetarum Secundariorum, ſive Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hiſce Diſtantias exponere.

E ſex Planetis primariis, qui circa Solem revolvuntur, tres tantum ſunt (quantum obſervatione adhuc certo conſtat) Satellitio donati; nimirum circa quos alii rurſus Planetæ (qui propterea Secundarii appellantur) revolvuntur. Circa Tellurem unus, ſcil. Luna, diebus $27\frac{1}{3}$ fere Periodum ſuam abſolvens, & Telluris ſemidiametris circiter 60 à Tellure diſtans.

Circa Jovem quatuor: quorum intimus revolvitur die $1\frac{3}{4}$, ad Diſtantiam $5\frac{2}{3}$ ſemidiametrorum Jovis à centro ejuſdem; ſecundus revolvitur ſpatio $3\frac{3}{5}$ dierum, ad Diſtantiam ſemidiametrorum 9; tertius

ſpatio